

## 4 Dialogische Logik

### 4.1 Vorbemerkung

Die „Dialogische Logik“ (kurz: „Dialogik“)<sup>31</sup> hat zunächst wenig mit einer wertebasierenden Logik zu tun. Sie wurde von *Paul Lorenzen* (1915–1994) und *Kuno Lorenz* (\*1932) als „Spiel“ **zwischen 2 Dialogpartnern** formuliert, bei dem es darauf ankommt, wer von den beiden gewinnt. Dies wurde als eine natürlichere Alternative zu dem in der klassischen Logik üblichen *syntaktischen Herleitungsbegriff* (Beweisbegriff – vgl. Kap.2.4.2) gesehen. Außerdem hat die Dialogik eine Variante – eben die hier vorgestellte – die konstruktivistisch-intuitionistisch eingestellten Mathematikern entgegenkommt, weil mit ihr das „*tertium non datur*“ und die Allgemeinäquivalenz von doppelter Verneinung und Bejahung u.a.m. **nicht** hergeleitet werden kann, sofern sich derjenige Dialogpartner, welcher eine solche These vertritt, zu seiner Verteidigung nur des sog. „Übernahmeprinzips“ RR-4 (s.u.) bedienen darf .

**Anmerkung:** Der *syntaktische* Herleitungsbegriff wird auch i.d. klassischen Logik **unabhängig** vom Begriff der „semantischen Folgerung“ definiert – vgl. (2.4.13).

In welcher Sprache sollen sich die beiden Partner unterhalten? Formal gehen wir davon aus, dass alle von den Dialogpartnern vorgebrachten „Behauptungen“ die Form von *Aussagesymbolen* einer formalen Sprache **P** haben, also Zeichenfolgen sind, die aus **EA-Zeichen, den Junktoren**  $\neg, \vee, \wedge$  und  $\Rightarrow$  (und notwendigen Trennzeichen) zusammengesetzt sind gemäß der rekursiven **DEF.(2.1.2)** in Kap.2. Die EA-Zeichen werden hier als sog. „**Elementaraussagen**“ / „**Elementarbehauptungen**“ interpretiert (die Elementaraussagen werden oft auch als „Axiome“ interpretiert); die Aussagesymbole heißen hier „**Behauptungen**“.

Der wesentliche Unterscheid der „Dialogik“ zu einer in Kap.2 definierten wertebasierenden Logik (**P,B, $\gamma$** ) ist der, dass zur Sprache **P kein Bewertungsbereich B** und **keine Belegungen**  $\beta: P \rightarrow B$  hinzugefügt werden. Statt dessen sind gewisse „**Partikel-Regeln**“ und gewisse „**Rahmen-Regeln**“ für den Dialogverlauf festgelegt. Mit Hilfe dieser Regeln wird eine Anfangsbehauptung – eine sogenannte „**These**“ – bis auf eine ihrer Elementarbehauptungen heruntergebrochen, die dann zu „**verteidigen**“ ist. Da jedes Aussagesymbol ein *endlicher* String ist, können die Regeln so gestaltet werden, dass der Dialog nach **endlich vielen** Schritten ein Ende hat, wobei feststeht, wer von den beiden Dialogpartnern **gewonnen** hat.

---

<sup>31</sup> Die zum Thema „Dialogik“ gefundene Literatur [Lo.1962], [Rah.Rü.1997], [Rah.2002], [Gör.2005], [Kei.2009] empfand ich teils als unbefriedigend, teils als zu speziell. Weitere Quellen waren mir zur Zeit der Abfassung dieses Kapitels nicht zugänglich. Die Diskussion (2010) mit *Peter Zahn* zur Klärung des Themas hat mir geholfen. Den Inhalt dieses Kapitels habe ich jedoch mit z.T. eigener Terminologie selbst rekonstruiert. Nicht alle von mir gefundenen Aussagen scheinen der Intention der die Dialogik vertretenden „Konstruktivisten“ zu entsprechen.

## 4.2 Dialogregeln

### 4.2.1 Notationen zum Dialogschema

- Im Folgenden seien **Elementarbehauptungen** (EA-Zeichen  $\in E$ ) mit  $a, b, \dots$ , **zusammengesetzte Behauptungen** (Aussagesymbole  $\in P$ ) mit  $A, B, \dots$  notiert.
- Der eine Dialogpartner heiße „**Proponent**“, kurz (P), der andere „**Opponent**“, kurz: (O). (X), (Y) ( $X \neq Y$ ) seien Bezeichnungen für die beiden Dialogpartner, egal ob (X) der Proponent (P), (Y) der Opponent (O) sei oder umgekehrt.
- Jeder Spielschritt bestehe aus einer nummerierten Zeile der Form

$\langle m \rangle \langle (X) \rangle \quad \langle ? \mid ! \rangle \langle n \rangle \quad \langle \text{Klausel} \rangle$

wobei bedeutet:

$\langle m \rangle$  die aktuelle Zeilennummer  $m$ ,  
 $\langle (X) \rangle$  Name des Partners, (P) oder (O), der an der Reihe ist,  
 $\langle ? \mid ! \rangle$  der Indikator ? für „Angriff“ oder ! für „Verteidigung“  
 $\langle n \rangle$  frühere Referenznummer  $n$  ( $n < m$ ), auf die sich die Zeile  $m$  bezieht  
 $\langle \text{Klausel} \rangle$  eine Behauptung oder L (für Angriff auf links) oder R (für Angriff auf rechts) oder leer.

Die möglichen Zeilenformen im einzelnen:

- **$m$  (X) ? $n$**  heiße: (X) greift die in der Zeile  $n$  von (Y) aufgestellte Behauptung „**unspezifisch**“ (also ohne eine Gegenbehauptung auszusprechen) an.
- **$m$  (X) ? $n$  B** heiße: (X) greift die in der Zeile  $n$  von (Y) aufgestellte Behauptung mit einer Gegenbehauptung B an („**spezifischer**“ Angriff).
- **$m$  (X) ? $n$  L** bzw.  
 **$m$  (X) ? $n$  R** heiße: (X) greift eine Behauptung der Form  $A \wedge B$  an, indem er den **linken** Teil A bzw. den **rechten** Teil B bezweifelt („**unspezifisch-teilbezogener**“ Angriff).
- **$m$  (X) ! $n$  B** heiße: (X) verteidigt sich gegen den in der Zeile  $n$  von (Y) vorgebrachten Angriff, indem er B verteidigt.

### 4.2.2 Die Partikelregeln der Dialogik

In der hier vorgestellten dialogischen Logik werden nur die **Junktoren**  $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow$  verwendet und „**Partikel**“ genannt. Die sogenannten **Partikelregeln** werden meist so notiert:

Partikelregel	Behauptung von (X)	Angriff von (Y)	Verteidigung / Gegenangriff von (X)	Zusätze und Erläuterungen
PR-1	$A \wedge B$	? L	! A (Verteidigung)	Behauptet (X) die Aussage $A \wedge B$ , so hat (Y) die <b>Wahl</b> , ob er zuerst den <b>linken</b> oder den <b>rechten</b> Teil ( <b>unspezifisch teilbezogen</b> ) angreifen will. (X) muss dann den angegriffenen Teil verteidigen. <b>Zusatz zur Vermeidung von Endloszyklen:</b> Darf (Y) später noch mal dieselbe Behauptung angreifen, so darf er seine erste Wahl nicht wiederholen, sondern muss die Alternative wählen.
	$A \wedge B$	? R	! B (Verteidigung)	
PR-2	$A \vee B$	?	! A (Verteidigung)	Behauptet (X) die Aussage $A \vee B$ , so kann (Y) diese nur als ganze, also <b>unspezifisch</b> , angreifen. (X) hat die <b>Wahl</b> , welchen der beiden Teile er zuerst verteidigen will. <b>Zusatz zur Vermeidung von Endloszyklen:</b> Darf sich (X) später noch mal zum gleichen Angriff verteidigen, so darf er seine erste Wahl nicht wiederholen, sondern muss die Alternative auswählen
	$A \vee B$	?	! B (Verteidigung)	

Partikelregel	Behauptung von (X)	Angriff von (Y)	Verteidigung / Gegenangriff von (X)	Zusätze und Erläuterungen
PR-3	$\neg A$	? A	? ... (Gegenangriff)	Behauptet (X) eine <b>negierte</b> Aussage $\neg A$ , so greift (Y) ( <b>spezifisch</b> ) an, indem er A behauptet. (X) kann sich dagegen <b>nicht</b> verteidigen, sondern nur einen <b>Gegenangriff</b> starten. <b>Zusatz zur Vermeidung von Endloszyklen:</b> $\neg A$ selbst ist als Gegenbehauptung beim Gegenangriff von (X) <i>nicht zulässig</i> .
PR-4	$A \Rightarrow B$	? A	! B (Verteidigung)	Behauptet (X) die Aussage $A \Rightarrow B$ , so muss (Y) <b>spezifisch</b> angreifen, indem er die Prämisse A behauptet. <b>X hat die Wahl</b> , ob er sich entweder zuerst verteidigen will, indem er die Konklusion B behauptet, oder ob er einen Gegenangriff starten will. <b>Zusatz zur Vermeidung von Endloszyklen:</b> Dar (X) später noch einmal auf den Angriff von (Y) reagieren, so darf er seine erste Wahl nicht wiederholen.
	$A \Rightarrow B$	? A	? ... (Gegenangriff)	

**Beachte:** Die „Zusätze zur Vermeidung von Endloszyklen“ sind dabei wichtig. Sie werden in manchen Kurzdarstellungen weggelassen, was Anlass zu undurchsichtigen Formulierungen und Missverständnissen gibt – vgl. besonders [Wiki.Dial].

**Anmerkung:** Zusätzlich zu diesen Regeln gibt es noch zwei Partikelregeln zur Handhabung der *Quantorenzeichen*  $\forall$  und  $\exists$  – vgl. zum Beispiel [Wiki.Dial]. Wir lassen sie hier weg, denn uns interessiert zunächst nur der Vergleich der Dialogik mit einer **werte-basierten Aussagenlogik (P,B, $\gamma$ )**. Die Partikelregeln für die beiden Quantoren ergeben m.E. nämlich keine wesentlich neue Differenz zu einer Prädikatenlogik.

### 4.2.3 Die Rahmenregeln der Dialogik

In einem **Dialog** gibt es zwei Partner, den „**Proponenten**“ (P) und den „**Opponenten**“ (O).

**RR-1 – Anfangsregel:** (P) beginnt mit der Behauptung einer **These**. Im nächsten Zug hat (O) die These **anzugreifen**. Anschließend sind (P) und (O) **abwechselnd** am Zuge.

**RR-2 – Konstruktive Dialogregel** (auch „**effektive Rahmenregel**“ genannt):

- (P) kann, wenn er am Zug ist, eine *beliebige* von (O) früher gesetzte Aussage angreifen, sofern er dazu noch eine Angriffswahl übrig hat; oder (P) kann sich gegen den **letzten** Angriff von (O) verteidigen.
- (O) kann, wenn er am Zug ist, nur die im **unmittelbar vorhergehenden** Zug gesetzte Aussage angreifen oder sich nur gegen den im **unmittelbar vorhergehenden** Zug erfolgten Angriff von (P) verteidigen.

**RR-3 – Gewinn- und Ende-Regel:** (X) hat gewonnen, wenn er eine von (Y) angegriffene **Elementarbehauptung verteidigt**, und (Y) danach keine Zugmöglichkeit mehr hat. Damit ist ein Dialog **beendet**.

**RR-4 – Übernahmeprinzip:** (X) darf zu seiner Verteidigung eine früher vom Partner (Y) ausgesprochene Behauptung A übernehmen und hat A damit **verteidigt**, so dass A vom Gegner nicht mehr angegriffen werden kann.

Das bisher Gesagte fassen wir in folgender Definition zusammen:

**(4.2.1) DEF.Dialogik:** Ist  $P=[E, \{\neg\}, \{\vee, \wedge, \Rightarrow\}]$  die – wie im Syntax-Schema der Def. (2.1.2) erzeugte – formale Sprache, und fasst  $D$  die Partikelregeln PR-1, PR-2, PR-3, PR-4, sowie die Rahmenregeln RR-1, RR-2, RR-3, RR-4 zusammen, so nennen wir das Paar  $(P,D)$  eine „**dialogische Logik**“ (ohne Quantoren), kurz „Dialogik“.

#### 4.2.3.1 Erläuterungen zu den Rahmenregeln

**Zu RR-2:** (P) darf sich, wenn er am Zug ist, gegen den **letzten** Angriff von (O) verteidigen (falls er es noch nicht getan hat!). Dieser Angriff muss nicht im unmittelbar vorhergehenden Zug von (O) stehen, es muss nur der späteste Angriff von (O) sein. (P) darf sich also nicht gegen einen Angriff von (O) verteidigen, dem – vor (P)<sup>s</sup> aktuellem Zug – noch ein weiterer Angriff von (O) gefolgt ist. Oder (P) darf einen beliebigen früheren Zug von (O) angreifen; sofern seine Angriffs-Wahlmöglichkeiten nicht schon ausgeschöpft sind; – die Angriffs-Wahlmöglichkeiten sind in den Partikelregeln PR1, PR2, PR3, PR4, sowie in deren „**Zusätzen zur Vermeidung von Endloszyklen**“ definiert.

(O) dagegen darf stets nur auf den **unmittelbar vorhergehenden** Zug reagieren. Ist der unmittelbar vorhergehende Zug von (P) ein Angriff, so muss sich (O) verteidigen. Ist dieser eine Verteidigung, so muss (O) angreifen (wenn er noch kann).

Die Regel RR-2 hat bewusst eine *unsymmetrische* Struktur. Sie behandelt (P) und (O) nicht gleich. Diese Unsymmetrie hat zur Folge, dass die Thesen gewisser Gesetze der klassischen Aussagenlogik – insbesondere der Tautologie des „*tertium non datur*“ ( $X \vee \neg X$ ), und der Allgemein-Äquivalenz von *Doppelter Verneinung zu Bejahung* ( $\neg\neg X \equiv X$ ) von (P) nicht immer gewonnen werden können (siehe die Beispiele in Kap.4.4.2) – und das ist der Hauptzweck der **RR-2:** Die Dialogik mit der „*konstruktiven*“ / „*effektiven*“ Rahmenregel hat daher „**intuitionistischen**“ Charakter.

Alternativ zu RR-2 könnte man sie durch eine *symmetrische* Rahmenregel RR-2<sup>#</sup> ersetzen, in der (P) und (O) gleichbehandelt werden. Mit einer solchen könnte der Proponent (P) **alle** klassischen Tautologien und Allgemein-Äquivalenzen gewinnen. Aber diese Alternative interessiert uns hier nicht; daher erwähnen wir den symmetrischen Ersatz RR-2<sup>#</sup> für RR-2 hier **nicht**.

*Wir wollen vielmehr die Abweichungen der **Dialogik mit konstruktiver (=effektiver) Rahmenregel RR-2** von der klassischen 2-wertigen Logik feststellen.*

**Zu RR-3:** Beim Ende-Kriterium geht es darum, dass nicht mehr eine zusammengesetzte, sondern eine Elementarbehauptung auftaucht und, wenn diese verteidigt ist, der Dialog beendet ist, sofern der Gegner keine Zugmöglichkeit mehr hat. Sei **a** eine im Dialog von (X) ausgesprochene Elementarbehauptung. Sie kann von (Y) angegriffen werden, wenn sie **noch nicht verteidigt ist**; dann aber nur unspezifisch, den sie hat als Elementarbehauptung ja keine „Teile“.

**Bsp.1:**

3	(P)	?2 a	a tritt als Gegenbehauptung in einem Angriff von (P) auf
4	(O)	?3	(O) macht <b>unspezifischen</b> Gegenangriff, wobei er a bezweifelt
5	(P)	!4 a	(P) <b>verteidigt</b> a. Danach kann a von (O) nicht mehr angegriffen werden, da a eine <b>Elementaraussage</b> ist und <b>verteidigt</b> ist. (O) hat danach wegen RR-2 keinen Zug mehr, hat also verloren, und der Dialogist beendet.

RR-3 besagt: Verteidigte Elementarbehauptungen können vom Gegner **nicht** mehr angegriffen werden.

**Bsp.2:** (O) verteidigt – aufgrund eines Angriffs von (P) in Zeile 5 – die Elementarbehauptung a in Zeile 6, in Zeichen

6 (O) !5, a .

(P) kann die Zeile 6 nicht mehr angreifen; hatte er seine Angriffs-Wahlmöglichkeiten auf frühere Behauptungen von (O) schon alle ausgeschöpft, so hat (P) damit verloren, (O) gewonnen, und der Dialog ist mit Zeile 6 beendet.

**Bsp.3:** Hat (P) die Elementaraussage  $a$  in Zeile 5 verteidigt, in Zeichen:

5 (P) !5,  $a$ ,

so hat (P) *in jedem Falle gewonnen* und (O) verloren, denn (O) könnte im nächsten Zug wegen RR-2 nur die Zeile 5 angreifen. Das geht aber nicht, weil  $a$  eine schon verteidigte Elementaraussage ist. Der Dialog ist mit Zeile 5 beendet.

**Bsp.4:** Startet (P) den Dialog mit einer **Elementaraussage  $a$** , so müsste (O) wegen RR-1 mit einem Angriff auf  $a$  antworten. Mit RR-3 ist das aber nicht möglich, da  $a$  schon eine Elementaraussage ist, also keine „Teile“ hat. (P) hat in diesem Fall mit Aufstellung von  $a$  als These, schon gewonnen! Der Dialog ist mit Aufstellung der These  $a$  schon beendet.

Mit RR-3 kommen wir somit auf folgende Merksätze:

- (eA) Eine noch nicht verteidigte **Elementarbehauptung** kann nur **unspezifisch** oder **unspezifisch-teilbezogen** angegriffen werden.
- (eV) Eine **verteidigte Elementarbehauptung** kann nicht mehr angegriffen werden.
- (eT) Ist die **These** keine zusammengesetzte sondern eine **Elementarbehauptung**, so kann sie nicht angegriffen werden. Der Dialog um eine elementare These hat nur **eine Zeile**.

Der Satz (eT) – so „trivial“ er aussehen mag – wirft ein Licht auf den Sinn und Zweck der Dialogischen Logik: **Es geht hier nicht um „wahr“ / „falsch“ oder „wer hat Recht?“ / „wer hat Unrecht?“, sondern nur um „wer gewinnt“ / „wer verliert“.** Was dabei „verteidigen einer *zusammengesetzten* Behauptung“ heißt, ergibt sich aus den Partikelregeln. Was aber „**verteidigen einer Elementarbehauptung**“ bedeuten soll, wird völlig offen gelassen. Mit einer wertebasierten Logik ist das nur *vergleichbar*, wenn man den Dialogik-Regeln noch eine Zusatzvereinbarung hinzufügt. Das diskutieren wir erst in Kap.4.4.

**Zu RR-4:** Das *Übernahmeprinzip* ist angeblich keine unabhängige Regel, sondern es soll aus den Partikelregeln und den übrigen Rahmenregeln abgeleitet werden können. Ist A irgendeine zusammengesetzte Behauptung, die (Y) behauptet, so würde, ausgehend von A, im Dialog ein Teildialog generiert, der mit einer verteidigten Elementaraussage endet. Die „Übernahme“ der Behauptung A durch den Gegner (X) ist also nichts anderes als eine Abkürzung dieses Teildialogs mit vertauschten Rollen. *Zu beweisen* wäre, dass dies – trotz der *Unsymmetrie* von **RR-2** zulässig sei. Diesen Beweis führen wir hier *nicht*. Wir bezweifeln sogar, dass so ein Beweis mit den **hier** formulierten Partikelregeln und den Rahmenregeln RR-1, RR-2, RR-3 möglich sei! Vielmehr nehmen wir das Prinzip **RR-4** in die Liste der **Rahmenregeln** – also der *Definition* der Dialogik in der *konstruktiven*(= *effektiven, also unsymmetrischen*) Form (RR-2) – auf. Dadurch kann die Zeilenzahl eines Dialogs verkürzt werden. Wir werden RR-4 in unseren einfachen Beispielen in Kap.4.3.1 nicht anwenden, sondern erst im Kap.4.3.2, wo wir Thesen dialogisch untersuchen, die in der klassischen Aussagenlogik **Tautologien** sind.

Nun aber erst einmal einige Dialog-Beispiele.

## 4.3 Dialogbeispiele

### 4.3.1 Einfache Dialogbeispiele – ohne RR-4

Bei den folgenden Beispielen verwenden wir das „Übernahmeprinzip“ RR-4 **nicht**, aber wir gehen davon aus, dass die in den Thesen vorkommenden Elementaraussagen  $a$ ,  $b$  „verteidigt werden können“ – und auch stets **verteidigt werden**, wenn sie im Dialog zur Verteidigung anstehen. Was das eigentlich „semantisch“ heißen soll, wird durch die Beispiele natürlich noch **nicht** geklärt. Wir kommen erst in der Auswertung 4.4.1 darauf zurück.

Im Folgenden spielen wir die einfachsten Kombinationen mit höchstens zwei Elementaraussagen  $a$ ,  $b$  und mit je einem der 2-stelligen Junktoren  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$  durch, wobei der Negationsjunktoren  $\neg$  gar nicht oder einfach oder zweifach vorkommt.

#### 4.3.1.1 These $a$ (a eine Elementaraussage)

Dialogschema			Erläuterungen
1	P	a	P stellt die These auf. O kann die These nicht angreifen, da sie schon eine Elementaraussage ist: <b>P hat gewonnen</b> .

#### 4.3.1.2 These $\neg a$ (a eine Elementaraussage)

Dialogschema			Erläuterungen
1	P	$\neg a$	P stellt die These auf
2	O	?1 a	O greift die These gem. PR-3 mit Gegenbehauptung a an
3	P	?2	P kann sich (gem. PR-3) nicht verteidigen, sondern bezweifelt O's Behauptung unspezifisch
4	O	!3 a	O <b>verteidigt</b> seine Behauptung. Da P (gem. RR-3) nicht mehr angreifen kann, hat <b>P verloren</b> , O gewonnen.

#### 4.3.1.3 These $\neg\neg a$ (a eine Elementaraussage)

Dialogschema			Erläuterungen
1	P	$\neg\neg a$	P stellt die These auf
2	O	?1 $\neg a$	O greift gem. PR-3 mit Gegenbehauptung an
3	P	?2 a	P greift gem. PR-3 mit Gegenbehauptung an
4	O	?3	O greift dies unspezifisch an
5	P	!4 a	P <b>verteidigt die EA</b> a. gem. RR-3 darf O die verteidigte Elementaraussage nicht mehr angreifen. O hat verloren, <b>P gewonnen</b> . ENDE

#### 4.3.1.4 These $a \wedge b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema				Erläuterungen
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$a \wedge b$	$a \wedge b$	P stellt die These auf
2	O	?1 L	?1 R	O hat gem. PR-1 die <b>Wahl</b> , er greift einen der Teile unspezifisch-teilbezogen an
3	P	!2 a	!2 b	P <b>verteidigt</b> den angezweifelte Teil. Gem. RR-3 darf O die verteidigte Elementaraussage nicht mehr angreifen; gem RR-2 auch keine frühere. O hat keinen Zug mehr. O hat verloren, <b>P gewonnen</b> . ENDE

( $b \wedge a$  bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber  $a \wedge b$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.5 These $\neg a \wedge b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $\neg a \wedge b$	$\neg a \wedge b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 L	?1 R	<b>O</b> hat die <b>Wahl</b> : Er greift (gem.PR-1) einen Teil unspezifisch-teilbezogen an
3	<b>P</b> !2 $\neg a$	!2 b	<b>P</b> verteidigt gem. PR-1
4	<b>O</b> ?3 a	---	Var.1: <b>O</b> greift Zeile 3 gem. PR-3 mit Gegenbehauptung. a an Var.2: Da <b>P</b> eine EA verteidigt hat, hat <b>O</b> keinen Zug mehr. <b>O</b> hat verloren, <b>P</b> gewonnen. ENDE
5	<b>P</b> ?4	---	Var.1: <b>P</b> hat nur noch die Möglichkeit, unspezifisch anzugreifen
6	<b>O</b> !5 a		Var.1: <b>O</b> verteidigt die EA a. <b>P</b> hat keinen Zug mehr. <b>P</b> hat verloren, <b>O</b> gewonnen. ENDE

( $a \wedge \neg b$  bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber  $\neg a \wedge b$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.6 These $\neg a \wedge \neg b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $\neg a \wedge \neg b$	$\neg a \wedge \neg b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 L	?1 R	<b>O</b> hat die <b>Wahl</b> : Er greift (gem.PR-1) einen Teil unspezifisch-teilbezogen an
3	<b>P</b> !2 $\neg a$	!2 $\neg b$	<b>P</b> verteidigt gem. PR-1
4	<b>O</b> ?3 a	?3 b	<b>O</b> greift Zeile 3 gem. PR-3 mit Gegenbehauptung an
5	<b>P</b> ?4	?4	<b>P</b> hat nur noch die Möglichkeit, unspezifisch anzugreifen
6	<b>O</b> !5 a	!5 b	Var.1: <b>O</b> verteidigt die EA. <b>P</b> hat keinen Zug mehr. <b>P</b> hat verloren, <b>O</b> gewonnen. ENDE

#### 4.3.1.7 These $\neg(a \wedge b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $\neg(a \wedge b)$	$\neg(a \wedge b)$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 $a \wedge b$	?1 $a \wedge b$	<b>O</b> greift (gem.PR-3) die These mit Gegenbehauptung $a \wedge b$ an
3	<b>P</b> ?2 L	?2 R	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem.PR-1 und greift einen der Teile unspezifisch-teilbezogen an
4	<b>O</b> !3 a	!3 b	<b>O</b> verteidigt die angegriffene EA
5	<b>P</b> ?2 R	?2 L	<b>P</b> kann gem. RR-3 diese Verteidigung nicht mehr anzweifeln, aber er kann gem. RR-2 die frühere Behauptung 2 mit der zweiten Variante angreifen.
6	<b>O</b> !5 b	!5 a	<b>O</b> verteidigt eine EA. <b>P</b> hat kann gem. RR-3 die verteidigte Elementarbehauptung nicht mehr angreifen, er hat keinen Zug mehr. <b>P</b> hat verloren, <b>O</b> gewonnen. ENDE

( $\neg(b \wedge a)$  bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber  $\neg(a \wedge b)$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.8 These $\neg(\neg a \wedge b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $\neg(\neg a \wedge b)$	$\neg(\neg a \wedge b)$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 $\neg a \wedge b$	?1 $\neg a \wedge b$	<b>O</b> greift (gem.PR-3) die These mit Gegenbehauptung $\neg a \wedge b$ an
3	<b>P</b> ?2 L	?2 R	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem.PR-1 und greift einen der Teile unspezifisch-teilbezogen an
4	<b>O</b> !3 $\neg a$	!3 b	Var.1: <b>O</b> verteidigt $\neg a$ Var.2: <b>O</b> verteidigt die angegriffene EA

Dialogische Logik

5	<b>P</b>	V1.1: ?4 a V1.2: ?2 R	?2 L	Var.1.1: P greift an mit Gegenbehauptung a Var.1.2: P greift gem. RR-2 die frühere Beh. 2 mit der zweiten Variante an. Var.2: P greift gem. RR-2 die frühere Beh.2 mit der zweiten Variante an.
6	<b>O</b>	V1.1: !5 a V1.2: !5 b	!5 ¬a	Var.1.1: <b>O verteidigt die EA a</b> Var.1.2: <b>O verteidigt die EA b</b> . P kann gem. RR-3 die verteidigte EA nicht mehr angreifen, er hat keinen Zug mehr. <b>P hat verloren</b> , O gewonnen. ENDE Var.2: O verteidigt ¬a
7	<b>P</b>	V1.1: ?2 R V1.2: ---	?6 a	Var.1.1: P kann gem. RR-3 die verteidigte EA nicht mehr angreifen. Er hat aber noch eine Wahl aus 2 offen: Er greift 2 unspezifisch-teilbezogen mit R an. Var.2: P greift mit Gegenbeh. a an.
8	<b>O</b>	V1.1: !7 b V1.2: ---	?7	Var.1.1: <b>O verteidigt die EA b</b> . P hat keinen Zug mehr, <b>P hat verloren</b> , O gewonnen. ENDE Var.2: O greift a unspezifisch an
9	<b>P</b>	V1.1. --- V1.2: ---	!8 a	Var.2: <b>P verteidigt die EA a</b> . O hat keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen</b> , O verloren. ENDE

(¬(b∧a) bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber ¬(a∧b) nichts Neues.)

4.3.1.9 These ¬(¬a∧¬b) (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile	Variante 1	Variante 2		
1	<b>P</b>	¬(¬a∧¬b)	¬(¬a∧¬b)	P stellt die These auf
2	<b>O</b>	?1 ¬a∧¬b	?1 ¬a∧¬b	O greift (gem.PR-3) die These mit Gegenbehauptung ¬a∧b an
3	<b>P</b>	?2 L	?2 R	P hat die <b>Wahl</b> gem.PR-1 und greift einen der Teile unspezifisch-teilbezogen an
4	<b>O</b>	!3 ¬a	!3 ¬b	Var.1: O verteidigt ¬a Var.2: O verteidigt ¬b
5	<b>P</b>	?4 a	?4 b	Var1. / Var.2: P greift an gem. PR-3 mit Gegenbehauptung
6	<b>O</b>	?5	?5	Var1. / Var. 2: O greift dies unspezifisch an
7	<b>P</b>	!6 a	!6 b	Var1. / Var. 2: <b>P verteidigt eine EA</b> . O hat gem. RR-2 keinen Zugmehr. O hat verloren, <b>P gewonnen</b> .

4.3.1.10 These a∨b (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile	Variante 1	Variante 2		
1	<b>P</b>	a∨b	a∨b	P stellt die These auf
2	<b>O</b>	?1	?1	O greift gem. PR-2 unspezifisch an
3	<b>P</b>	!2, a	!2, b	P hat gem. PR-2 die <b>Wahl</b> . Er <b>verteidigt eine EA</b> . O hat kann gem. RR-3 die verteidigte Elementarbehauptung nicht mehr angreifen, er hat gem. RR-2 keinen Zug mehr. O hat verloren, <b>P gewonnen</b> . ENDE

(b∨a bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber a∨b nichts Neues.)

4.3.1.11 These ¬a∨b (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile	Variante 1	Variante 2		
1	<b>P</b>	¬a∨b	¬a∨b	P stellt die These auf
2	<b>O</b>	?1	?1	O greift (gem.PR-2) unspezifisch an
3	<b>P</b>	!2 ¬a	!2 b	P hat gem.PR-2 die <b>Wahl</b> Var.1: Er verteidigt links Var.2: Er <b>verteidigt die EA b</b> rechts. O kann die verteidigte EA nicht mehr angreifen. Er hat keinen Zug mehr. O hat verloren, <b>P gewonnen</b> . ENDE
4	<b>O</b>	?3 a	---	Var.1: O greift gem.PR-3 mit Gegenbehauptung a an

5	P	?4	---	Var.1: <b>P</b> macht unspezifischen Gegenangriff (einzige Möglichkeit! P kann seine zweite Wahl in 3 nicht wahrnehmen, da O mittlerweile den zweiten Angriff 4 gemacht hat.)
6		!5 a	---	Var.1: <b>O verteidigt die EA a. P</b> hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, P gewonnen. ENDE</b>

( $\neg a \vee b$  ist klassisch allg.-äquivalent zu  $a \Rightarrow_{\text{klass}} b$ ) ( $a \vee \neg b$  bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber  $\neg a \wedge b$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.12 These $\neg a \vee \neg b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg a \vee \neg b$	$\neg a \vee \neg b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	O	?1	?1	<b>O</b> greift (gem.PR-2) unspezifisch an
3	P	!2 $\neg a$	!2 $\neg b$	<b>P</b> hat gem.PR-2 die <b>Wahl</b> Var.1: Er verteidigt links. / Var.2: Er verteidigt rechts.
4	O	?3 a	?3 b	Var.1 / Var.2: <b>O</b> greift gem.PR-3 mit Gegenbehauptung an
5	P	?4	?4	Var.1 / Var.2: <b>P</b> macht unspezifischen Gegenangriff (einzige verbleibende Möglichkeit, wegen RR-2! P kann seine zweite Wahl in 3 nicht wahrnehmen, da O mittlerweile den zweiten Angriff 4 gemacht hat.)
6	O	!5 a	!5 b	Var.1 / Var.2: <b>O verteidigt eine EA a. P</b> hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, P gewonnen. ENDE</b>

( $\neg a \vee b$  ist klassisch allgemein-äquivalent zu  $a \Rightarrow_{\text{klass}} \neg b$ )

#### 4.3.1.13 These $\neg(a \vee b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg(a \vee b)$	$\neg(a \vee b)$	<b>P</b> stellt die These auf
2	O	?1 $a \vee b$	?1 $a \vee b$	<b>O</b> greift (gem.PR-3) die These mit Gegenbehauptung $a \vee b$ angreifen
3	P	?2	?2	<b>P</b> greift (gem. PR-2) unspezifisch an
4	O	!3 a	!3 b	<b>O</b> hat die <b>Wahl</b> . Er <b>verteidigt</b> einen der Teile. <b>P</b> hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, O gewonnen. ENDE</b>

( $\neg(b \wedge a)$  bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber  $\neg(a \wedge b)$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.14 These $\neg(\neg a \vee b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg(\neg a \vee b)$	$\neg(\neg a \vee b)$	<b>P</b> stellt die These auf
2	O	?1 $\neg a \vee b$	?1 $\neg a \vee b$	<b>O</b> greift (gem.PR-3) die These mit Gegenbehauptung $a \vee b$ angreifen
3	P	?2	?2	<b>P</b> greift (gem. PR-2) unspezifisch an
4	O	!3 $\neg a$	!3 b	<b>O</b> hat die <b>Wahl</b> . Var.1: Er <b>verteidigt</b> $\neg a$ Var.2: Er <b>verteidigt die EA b. P</b> hat keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, O gewonnen</b>
5	P	?4 a	---	Var.1: <b>P</b> greift an mit Gegenbehauptung.
6	O	?5	---	Var.1: <b>O</b> greift unspezifisch an
7	P	!6 a	---	Var.1: <b>P verteidigt die EA a. O</b> hat keinen Zug mehr, <b>P hat gewonnen, O verloren.</b>

( $\neg(\neg b \wedge a)$  bringt wegen der links-rechts-Symmetrie gegenüber  $\neg(\neg a \wedge b)$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.15 These $\neg(\neg a \vee \neg b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $\neg(\neg a \vee \neg b)$	$\neg(\neg a \vee \neg b)$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 $\neg a \vee \neg b$	?1 $\neg a \vee \neg b$	<b>O</b> greift (gem. PR-3) die These mit Gegenbehauptung $a \vee b$ angreifen
3	<b>P</b> ?2	?2	<b>P</b> greift (gem. PR-2) unspezifisch an
4	<b>O</b> !3 $\neg a$	!3 $\neg b$	<b>O</b> hat die <b>Wahl</b> . Var.1: Er verteidigt $\neg a$ / Var.2: Er verteidigt $\neg b$ .
5	<b>P</b> ?4 a	?4 b	Var.1 / Var.2: <b>P</b> greift an mit Gegenbehauptung.
6	<b>O</b> ?5	?5	Var.1 / Var.2: <b>O</b> greift unspezifisch an
7	<b>P</b> !6 a	!6 b	Var.1 / Var.2: <b>P verteidigt die EA a</b> . <b>O</b> hat keinen Zug mehr, <b>P hat gewonnen</b> , <b>O</b> verloren.

#### 4.3.1.16 These $a \Rightarrow b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $a \Rightarrow b$	$a \Rightarrow b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 a	?1 a	<b>O</b> greift die These an (gemäß PR-4) an, indem er a behauptet
3	<b>P</b> ?2	!2 b	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem. PR-4: Var.1: er greift die Beh. a unspezifisch an Var.2: er <b>verteidigt die EA b</b> . <b>O</b> hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. <b>O</b> hat verloren, <b>P gewonnen</b> . ENDE
4	<b>O</b> !3 a	---	Var.1: <b>O verteidigt die EA a</b> .
5	<b>P</b> !2 b	---	Var.1: <b>P</b> darf sich gem. RR-2 gegen den <i>letzten</i> Angriff, 2, verteidigen. Es <b>verteidigt die EA b</b> . <b>O</b> hat keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen</b> , <b>O</b> verloren

( $b \Rightarrow a$  bringt gegenüber  $a \Rightarrow b$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.17 These $\neg a \Rightarrow b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $\neg a \Rightarrow b$	$\neg a \Rightarrow b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 $\neg a$	?1 $\neg a$	<b>O</b> greift die Behauptung (gemäß PR-4) an, indem er $\neg a$ behauptet
3	<b>P</b> ?2 a	!2 b	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem. PR-4 Var.1: Er greift an mit Gegenbehauptung a Var.2: Er <b>verteidigt die EA b</b> . <b>O</b> hat keinen Zug mehr. <b>O</b> hat verloren, <b>P gewonnen</b> . ENDE
4	<b>O</b> ?3	---	Var.1: <b>O</b> greift unspezifisch an
5	<b>P</b> !4 a	---	Var.1: <b>P verteidigt die EA a</b> . <b>O</b> hat gem. RR-3 danach keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen</b> , <b>O</b> verloren. ENDE

( $\neg b \Rightarrow a$  bringt gegenüber  $\neg a \Rightarrow b$  nichts Neues.)

#### 4.3.1.18 These $a \Rightarrow \neg b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $a \Rightarrow \neg b$	$a \Rightarrow \neg b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 a	?1 a	<b>O</b> greift die Behauptung (gemäß PR-4) an, indem er a behauptet

## Dialogische Logik

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
3	<b>P</b> ?2	!2 $\neg b$	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem. PR-4 Var.1: Er greift 2 unspezifisch an Var.2: Er verteidigt die Konklusion $\neg b$ .
4	<b>O</b> !3 a	?3 b	Var.1: <b>O verteidigt die EA a</b> Var.2: <b>O greift an mit Gegenbehauptung b gem. PR-3</b>
5	<b>P</b> !2 $\neg b$	?4	Var.1: <b>P</b> kann das verteidigte a nicht mehr angreifen, kann sich aber gegen den <i>letzten</i> Angriff von O, nämlich 2, verteidigen. Er verteidigt $\neg b$ . Var.2: <b>P</b> greift 4 unspezifisch an (einzige Möglichkeit)
6	<b>O</b> ?5 b	!5 b	Var.1: <b>O</b> greift an gem. PR-3 mit Gegenbehauptung b Var.2: <b>O verteidigt die EA b</b> .
7	<b>P</b> ?6	?2	Var.1: <b>P</b> greift b unspezifisch an Var.2: <b>P</b> hat gem. RR-2 noch eine Angriffswahl frei: Er greift 2 unspezifisch an
8	<b>O</b> !7 b	!7 a	Var.1: <b>O verteidigt die EA b</b> . P hat keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, O gewonnen.</b> ENDE Var.2: <b>O verteidigt die EA a</b> . P hat keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, O gewonnen.</b> ENDE

( $b \Rightarrow \neg a$  bringt gegenüber  $a \Rightarrow \neg b$  nichts Neues.)

4.3.1.19 These  $\neg a \Rightarrow \neg b$  (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $\neg a \Rightarrow \neg b$	$\neg a \Rightarrow \neg b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 $\neg a$	?1 $\neg a$	<b>O</b> greift die Behauptung (gemäß PR-4) an, indem er $\neg a$ behauptet
3	<b>P</b> ?2 a	!2 $\neg b$	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem. PR-4 Var.1: Er greift 2 gem. PR-3 an mit Gegenbehauptung a Var.2: Er verteidigt die Konklusion $\neg b$ .
4	<b>O</b> ?3	?3 b	Var.1: <b>O</b> greift unspezifisch an Var.2: <b>O</b> greift an mit Gegenbehauptung b gem. PR-3
5	<b>P</b> !2 a	?4	Var.1: <b>P verteidigt die EA a</b> . O hat keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen, O verloren.</b> ENDE Var.2: <b>P</b> greift 3 unspezifisch an (einzige Möglichkeit!)
6	<b>O</b> ---	!5 b	Var.2: <b>O verteidigt die EA b</b> . P hat keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, O gewonnen.</b> ENDE

4.3.1.20 These  $a \Rightarrow \neg \neg b$  (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen
Zeile	Variante 1	Variante 2	
1	<b>P</b> $a \Rightarrow \neg \neg b$	$a \Rightarrow \neg \neg b$	<b>P</b> stellt die These auf
2	<b>O</b> ?1 a	?1 a	<b>O</b> greift die Behauptung (gemäß PR-4) an, indem er a behauptet
3	<b>P</b> ?2	!2 $\neg \neg b$	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem. PR-4 Var.1: Er greift 2 unspezifisch an / Var.2: Er verteidigt die Konklusion $\neg \neg b$ .
4	<b>O</b> !3 a	?3 $\neg b$	Var.1: <b>O verteidigt die EA a</b> / Var.2: <b>O</b> greift an mit Gegenbehauptung b gem. PR-3
5	<b>P</b> !2 $\neg \neg b$	?4 b	Var.1: <b>P</b> verteidigt sich gem. RR-2 ggüb.d. <i>letzten</i> Angriff von O Var.2: <b>P</b> greift gem. PR-3 mit Gegenbehauptung an
6	<b>O</b> ?5 $\neg b$	?5	Var.1: <b>O</b> greift gem. PR-3 mit Gegenbehauptung an / Var.2: <b>O</b> greift b unspezifisch an
7	<b>P</b> ?6 b	!5 b	Var.1: <b>P</b> greift gem. PR-3 mit Gegenbehauptung an Var.2: <b>P verteidigt die EA b</b> . O hat keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen, O verloren</b>
8	<b>O</b> ?7	---	Var.1: <b>O</b> greift die Behauptung unspezifisch an.
9	<b>P</b> !8 b	---	Var.1: <b>P verteidigt die EA b</b> . O hat keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen, O verloren</b>

### 4.3.1.21 These $\neg\neg a \Rightarrow b$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg\neg a \Rightarrow b$	$\neg\neg a \Rightarrow b$	P stellt die These auf
2	O	?1 $\neg\neg a$	?1 $\neg\neg a$	O greift die Behauptung (gemäß PR-4) an, indem er $\neg\neg a$ behauptet
3	P	?2 $\neg a$	!2 b	P hat die <b>Wahl</b> gem. PR-4 Var.1: Er greift 2 mit Gegenbehauptung an Var.2: <b>Er verteidigt die EA</b> b gem. PR-4. O hat keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen, O verloren.</b> ENDE
4	O	?3 a	---	Var.1: O greift an mit Gegenbehauptung, gem. PR-3
5	P	?4	---	Var.1: P greift das unspezifisch an
5	O	!5 a	---	Var.1: O <b>verteidigt die EA</b> a. P hat keinen Zug mehr. O hat gewonnen, <b>P verloren.</b> ENDE

### 4.3.1.22 These $\neg(a \Rightarrow b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg(a \Rightarrow b)$	$\neg(a \Rightarrow b)$	P stellt die These auf
2	O	?1 $a \Rightarrow b$	?1 $a \Rightarrow b$	O greift die Behauptung (gemäß PR-3) an, indem er $a \Rightarrow b$ behauptet
3	P	?2 a	?2 a	P greift gem.PR-4 an mit Beh. der Prämisse a an
4	O	?3	!3 b	O hat gem. PR-4 die <b>Wahl</b> : Var.1: Er greift Beh. a unspezifisch an Var.2: <b>Er verteidigt die EA</b> b. P hat keinen Zug mehr. <b>P hat verloren, O gewonnen.</b> ENDE
5	P	!4 a	---	Var.1: P <b>verteidigt</b> a. O hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen, O verloren.</b> ENDE

( $\neg(b \Rightarrow a)$ ) bringt gegenüber  $\neg(a \Rightarrow b)$  nichts Neues.)

### 4.3.1.23 These $\neg(\neg a \Rightarrow b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg(\neg a \Rightarrow b)$	$\neg(\neg a \Rightarrow b)$	P stellt die These auf
2	O	?1 $\neg a \Rightarrow b$	?1 $\neg a \Rightarrow b$	O greift die Behauptung (gemäß PR-3) an, indem er $\neg a \Rightarrow b$ behauptet
3	P	?2 $\neg a$	?2 $\neg a$	P greift gem.PR-4 an mit Beh. der Prämisse $\neg a$ an
4	O	?3 a	!3 b	O hat die <b>Wahl</b> : Var.1: Er greift mit Gegenbehauptung an Var.2: Er <b>verteidigt die EA</b> b. P hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. O hat gewonnen, <b>P verloren.</b> ENDE
5	P	?4	---	P greift 4 unspezifisch an
6	O	!5 a	---	Var.1: O <b>verteidigt die EA</b> a. P hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. O hat gewonnen, <b>P verloren.</b> ENDE
6	O	!5 a	---	O <b>verteidigt die EA</b> a.

$\neg(\neg b \Rightarrow a)$  bringt gegenüber  $\neg(\neg a \Rightarrow b)$  nichts Neues.

### 4.3.1.24 These $\neg(a \Rightarrow \neg b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	

1	P	$\neg(a \Rightarrow \neg b)$	$\neg(a \Rightarrow \neg b)$	P stellt die These auf
2	O	?1 $a \Rightarrow \neg b$	?1 $a \Rightarrow \neg b$	O greift die Behauptung (gemäß PR-3) an, indem er $a \Rightarrow \neg b$ behauptet
3	P	?2 a	?2 a	P greift gem.PR-4 an mit Beh. der Prämisse a
4	O	?3	!3 $\neg b$	O hat die <b>Wahl</b> Var.1: Er greift unspezifisch an Var.2: Er verteidigt $\neg b$
5	P	!4 a	?4 b	Var.1: P verteidigt die EA a. O hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. P hat gewonnen, O verloren. ENDE Var.2: P greift gem.PR-3 an mit Gegenbehauptung an
6	O	---	?5	Var 2: O greift unspezifisch an.
7	P	---	!6 b	Var.2: P verteidigt die EA b. O hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. P hat gewonnen, O verloren. ENDE

$\neg(b \Rightarrow \neg a)$  bringt gegenüber  $\neg(a \Rightarrow \neg b)$  nichts Neues.

#### 4.3.1.25 These $\neg(\neg a \Rightarrow \neg b)$ (a, b Elementaraussagen)

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg(\neg a \Rightarrow \neg b)$	$\neg(\neg a \Rightarrow \neg b)$	P stellt die These auf
2	O	?1 $\neg a \Rightarrow \neg b$	?1 $\neg a \Rightarrow \neg b$	O greift die Behauptung (gemäß PR-3) an, indem er $\neg a \Rightarrow \neg b$ behauptet
3	P	?2 $\neg a$	!2 $\neg a$	P greift gem.PR-4 an mit Beh. der Prämisse $\neg a$
4	O	?3 a	!3 $\neg b$	O hat die <b>Wahl</b> Var.1: Er greift mit Gegenbehauptung a unspezifisch an Var.2: Er verteidigt $\neg b$
5	P	?4	?4 b	Var.1: P greift unspezifisch an Var.2: P greift gem.PR-3 an mit Gegenbehauptung an
6	O	!5 a	?5	Var.1: O verteidigt die EA a. P hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. O hat gewonnen, P verloren. ENDE Var.2: O greift unspezifisch an
		---	!6 b	Var.2: P verteidigt die EA b. O hat gem. RR-3 keinen Zug mehr. P hat gewonnen, O verloren. ENDE

$\neg(\neg b \Rightarrow \neg a)$  bringt gegenüber  $\neg(\neg a \Rightarrow \neg b)$  nichts Neues.

#### 4.3.2 Dialogbeispiele mit klassischen Tautologien – mit RR-4

Hier kommt es darauf an, ob es für eine gegebene These T eine Dialog-Variante gibt, bei welcher der Proponent (P) gewinnt, aber *alle* zur Verteidigung anstehenden Behauptungen **nicht „selbst“ verteidigen muss, sondern sie gemäß dem Übernahmeprinzip RR-4 aus einer früheren Behauptung des Opponenten (O) übernehmen kann.** Die Zusatzvereinbarungen (V1), (V2) (siehe 4.4 sollen hier **nicht** gelten.

Eine Dialogzeile, in der (P) eine Behauptung A durch Übernahme von (O) verteidigt, notieren wir so:  
 z P !m A (ü. n) („Zeile z: (P) verteidigt das in Zeile m angegriffene A durch Übernahme aus Zeile n“)

#### 4.3.2.1 These $a \vee \neg a$ (a eine Elementaraussage) – „TnD-Formel“

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$a \vee \neg a$	$a \vee \neg a$	P stellt die These auf
2	O	?1	?1	O greift die Behauptung (gemäß PR-2) unspezifisch an
3	P	(!2 a)	!2 $\neg a$	P hat gem. PR-2 die <b>Wahl</b> . Var.1: Er <b>verteidigt</b> a (links). O hat keinen Zug mehr gem. RR-3, da eine Elementaraussage verteidigt wurde. P hätte gewonnen, wenn er a „selbst“ verteidigen dürfte. Das soll er aber nicht! P kann aber an diesem Punkt nicht RR-4 anwenden. ENDE Var.2: P verteidigt $\neg a$ (rechts)
4	O	---	?3 a	Var.2: O greift gem. PR-3 mit Gegenbehauptung a an
5	P	---	?4	Var.2: P greift Zeile 4 unspezifisch an. P kann an diesem Punkt aber A nicht von O übernehmen, um damit „rechts“ in 1 zu verteidigen, weil nach Angriff 2 von O schon ein weiterer Angriff 4 von O erfolgt ist)
	O	---	!5 a	Var.2: O <b>verteidigt die EA A</b> . P kann auch ab diesem Punkt a nicht für die Verteidigung gegenüber 2 von O übernehmen, da in 4 schon ein weiterer Angriff von O erfolgt ist. P <b>hat verloren</b> .

Die TnD-Formel („*tertium non datur*“) ist klassisch eine Tautologie aber **keine D-Tautologie**, denn (P) kann **keine** Behauptung gem. RR-3 durch **Übernahme** einer von (O) ausgesprochenen Behauptung verteidigen.

#### 4.3.2.2 These $\neg(a \wedge \neg a)$ (a eine Elementaraussage) – „SvW-Formel“

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg(a \wedge \neg a)$	$\neg(a \wedge \neg a)$	P stellt die These auf
2	O	?1 $a \wedge \neg a$	?1 $a \wedge \neg a$	O greift an (gemäß PR-3) unter Gegenbehauptung $a \wedge \neg a$
3	P	?2 L	?2 R	P hat die <b>Wahl</b> gem. PR1: Var.1: P greift links (unspezifisch-teilbezogen) an Var.2: P greift rechts (unspezifisch-teilbezogen) an
4	O	!3 a	!3 $\neg a$	Var.1: O verteidigt a (links) Var.2: O verteidigt $\neg a$ (rechts)
5	P	?2 R	?4 a	Var.1: P hat aus 2 noch eine Wahl frei gem. RR-2: Er greift 2 rechts unspezifisch-teilbezogen an gem. PR-1. Var.2: P greift 4 an, indem er A behauptet gem. PR-3.
6	O	!5 $\neg a$	?5	Var.1: O verteidigt 2 rechts Var.2: O greift 5, gem. RR-2, unspezifisch an
7	P	?6 a	(!6 a)	Var.1: P greift mit Gegenbehauptung a gem. RR-3. Var.2: P <b>verteidigt a</b> . P hätte gewonnen, wenn er a „selbst“ verteidigen dürfte. Das soll er aber nicht!
8	O	?7 ...	---	Var.1: O greift a an
	P	!8 a (ü. 4)	---	Var.1: P <b>verteidigt a durch Übernahme aus 4</b> . O hat keinen Zug mehr. P <b>hat gewonnen</b> , O verloren. ENDE

Die SvW-Formel („*Satz vom Widerspruch*“) ist sowohl eine klassische Tautologie als auch eine D-Tautologie.

#### 4.3.2.3 These $a \Rightarrow a$ (a eine Elementaraussage) – die „TrF-Formel“

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$a \Rightarrow a$	$a \Rightarrow a$	P stellt die These auf
2	O	?1 a	?1 a	O greift (gemäß PR-4) an und behauptet die Prämisse

3	P	?2	!2 a (ü 2)	Var.1: <b>P</b> macht Gegenangriff Var.2: <b>P verteidigt</b> die Konklusion a indem der A aus 2 <b>übernimmt</b> . <b>O</b> haut keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen</b> , O verloren. ENDE
4	O	!3 a	---	Var.1: <b>O verteidigt die Prämisse a</b>
5	P	!2 a (ü 2)	---	Var.1: <b>P</b> kann sich gegen den <i>letzten</i> Angriff 2 verteidigen. Er <b>verteidigt</b> die Konklusion a durch <b>Übernahme</b> aus 2. <b>O</b> haut keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen</b> , O verloren. ENDE

Die TrF-Formel („triviale Folgerung“) ist eine klassische **und** eine D-Tautologie.  
Gleiches gilt für die TrF\*-Formel  $\neg a \Rightarrow a$

#### 4.3.2.4 These $\neg\neg a \Rightarrow a$ (a eine Elementaraussage) – die DNJ-Formel

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$\neg\neg a \Rightarrow a$	$\neg\neg a \Rightarrow a$	<b>P</b> stellt die These auf
2	O	?1 $\neg\neg a$	?1 $\neg\neg a$	<b>O</b> greift (gemäß PR-3) an u. behauptet die Prämisse
3	P	?2 $\neg a$	(!2 a)	Var.1: <b>P</b> macht Gegenangriff gem. PR-3 u. behauptet $\neg a$ Var.2: <b>P verteidigt</b> „selbst“ die Konklusion a. Das soll er aber nicht! <b>O</b> hat gem. RR-2 & RR-3 keinen Zug mehr. ENDE
4	O	?3 a	---	Var.1: <b>O</b> bezweifelt dies mit Gegenbehauptung a gem. PR-3
5	P	?4	---	<b>Var.1: P</b> bezweifelt a unspezifisch
6	O	!5 a	---	<b>Var.1: O</b> verteidigt a. <b>P</b> hat gem. RR-3 keinen Zug mehr: Er kann 6 nicht zur Verteidigung der Konklusion a übernehmen, da O schon einen weiteren Angriff in 4 gemacht hat. <b>P hat verloren</b> , <b>O</b> gewonnen. ENDE

Die DNJ-Formel („aus doppelter Verneinung folgt Bejahung“) ist klassisch eine Tautologie, aber sie ist *keine* D-Tautologie, denn (P) kann keine von (O) ausgesprochene Behauptung zu seiner Verteidigung gem. RR-3 übernehmen, sondern muss sie „selbst“ verteidigen.

#### 4.3.2.5 These $a \Rightarrow \neg\neg a$ (a eine Elementaraussage) – die JDN-Formel

Dialogschema			Erläuterungen	
Zeile		Variante 1	Variante 2	
1	P	$a \Rightarrow \neg\neg a$	$a \Rightarrow \neg\neg a$	<b>P</b> stellt die These auf
2	O	?1 a	?1 a	<b>O</b> greift (gemäß PR-4) unter Behauptung der Prämisse an
3	P	!2 $\neg\neg a$	?2	<b>P</b> hat die <b>Wahl</b> gem. PR-4: Var.1: Er verteidigt die Konklusion $\neg\neg a$ Var.2: Er greift Prämisse a unspezifisch an
4	O	?3 $\neg a$	!3 a	Var.1: <b>O</b> bezweifelt dies mit Gegenbehauptung $\neg a$ gem. PR-3 Var.2: <b>O verteidigt a</b>
5	P	?4 a	!2 $\neg\neg a$	Var.1: <b>P</b> greift gem. PR-3 mit a an Var.2: <b>P</b> kann zwar die in 5 verteidigte Elementarbehauptung nicht mehr angreifen, aber er hat gem. RR-2 und PR-4 noch eine Wahl frei: Er verteidigt die Konklusion $\neg\neg a$ .
6	O	?5	?5 $\neg a$	Var.1: <b>O</b> bezweifelt a unspezifisch Var.2: <b>O</b> greift (gem PR-3) mit Gegenbehauptung $\neg a$ an
7	P	!6 a (ü. 2)	?6 a	Var.1: <b>P verteidigt a durch Übernahme aus 2</b> . O hat keinen Zug mehr gem. RR-3. <b>P hat gewonnen</b> , O verloren. ENDE Var.2: <b>P</b> greift Zeile 5 mit der Gegenbehauptung a an
8	O	---	?7	Var.2: <b>O</b> greift a unspezifisch an
	P	---	!8 a (ü. 2)	Var.2: <b>P</b> verteidigt a gegen den <i>letzten</i> Angriff 8 durch <b>Übernahm aus 2</b> gem RR-3. <b>O</b> hat keinen Zug mehr. <b>P hat gewonnen</b> , <b>O</b> verloren. ENDE

Die JDN-Formel („aus Bejahung folgt die doppelte Verneinung“) ist sowohl eine klassische als auch eine D-Tautologie, denn in beiden Varianten kann sich (P) durch eine Übernahme verteidigen.

### 4.4 Auswertung der Dialogbeispiele

**(4.4.1) DEF.D-Gewinnstrategie.** Besteht für eine These T eine solche Dialog-Variante **Var**, so dass (X) bei **allen** für (Y) noch zur Verfügung stehenden Wahlmöglichkeiten gewinnt, so nennt man **Var** eine **D-Gewinnstrategie** von (X).

#### 4.4.1 Auswertung der Beispiele in 4.3.1

Um vergleichen zu können, setzen wir jetzt die Dialogik **(P,D)** in Beziehung zur 2-wertigen Aussagenlogik **(P,B, $\gamma$ )** durch folgende **Zusatzvereinbarungen**:

**(V1)** Zu Beginn des Dialogs um eine These T einigen sich die Dialogpartner darauf, dass alle in T vorkommenden **Elementaraussagen** verteidigt werden können und damit den **logischen Wert 1** bekommen. Sie einigen sich also **vorab** auf eine bestimmte Elementarbelegung  $\beta^\circ: E(T) \rightarrow \{0,1\}$ , mit  **$\beta(a)=1$  für alle  $a \in E(T)$**  (Die Menge E(T) ist die Menge der in T vorkommenden Elementaraussagen, also  $E(T) \subseteq E$ ).

**(V2)** Die Elementarbelegung  $\beta^\circ$  soll zu einer Belegung  $\beta$  der These T so erweitert werden:

- **$\beta(T)=1$** , wenn es für den **Proponenten wenigstens eine „D-Gewinnstrategie“** für die These T gibt,
- **$\beta(T)=0$**  andernfalls.

Die durch die Zusatzvereinbarungen (V1), (V2) ergänzte „Dialogik“ bezeichnen wir mit **(P,D,(V1),(V2))** und unterscheiden die damit von **(P,D)**.

Die Auswertung der in 4.3.1 angeführten Dialogbeispiele lautet in Tabellenform so, wobei die verwendeten Abkürzungen wie folgt zu lesen sind:

„Wahl O“:	Der Opponent hat eine Wahl gemäß den Partikelregeln.
„Wahl P“:	Der Proponent hat eine Wahl gemäß den Partikelregeln.
„gP mit P!x“:	Proponent gewinnt mit Verteidigung der Elementaraussage x.
„vP mit O!y“:	Proponent verliert mit Verteidigung der Elementaraussage y durch den Opponenten
$\beta(T)$	„Wahrheitswert“ der These gemäß den Vereinbarungen (V1), (V2)
!!!	Hier ergibt sich unter Annahme der Vereinbarungen (V1), (V2) eine Abweichung zur klassischen 2-wertigen Logik.
---	Entsprechender Tabelleneintrag nicht möglich.

**Beachte:** Es ergeben sich in den obigen Beispielen für (P) folgende 6 Fälle:

- (P) hat die Wahl und (P) gewinnt bei wenigstens einer Variante: **→ (P) hat eine D-Gewinnstrategie für die These T.**
- (P) hat die Wahl und (P) verliert trotzdem in allen Varianten: **→ (P) hat keine D-Gewinnstrategie für die These T.**
- (O) hat die Wahl und (O) gewinnt bei wenigstens einer Variante: **→ (P) hat keine D-Gewinnstrategie für die These T.**
- (O) hat die Wahl und (O) verliert trotzdem in allen Varianten: **→ (P) hat eine D-Gewinnstrategie für die These T.**
- (P) und (O) haben keine Wahl, (P) gewinnt: **→ (P) hat eine D-Gewinnstrategie für die These T.**
- (P) und (O) haben keine Wahl, (O) gewinnt: **→ (P) hat keine D-Gewinnstrategie für die These T.**

Nr.	These T	Wahl	Var.1	Var.2	Gibt es wenigstens eine Gewinnstrategie für (P)?	$\beta(T)$ gem. (V1), (V2)	Abweichung von der klassischen Logik?
1	a	---	gP mit P!a	---	ja	1	keine
2	$\neg a$	---	vP mit O!a	---	nein	0	keine
3	$\neg\neg a$	---	gP mit P!a	---	ja	1	keine
4	$a \wedge b$	Wahl O	gP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine

Nr.	These T	Wahl	Var.1	Var.2	Gibt es wenigstens eine Gewinn- strategie für (P)?	$\beta(T)$ gem. (V1), (V2)	Abweichung von der klassischen. Logik?
5	$\neg a \wedge b$	Wahl O	vP mit O!a	gP mit P!b	nein	0	keine
6	$\neg a \wedge \neg b$	Wahl O	vP mit O!a	vP mit O!b	nein	0	keine
7	$\neg(a \wedge b)$	Wahl P	vP mit O!b	vP mit O!a	nein	0	keine
8	$\neg(\neg a \wedge b)$	Wahl P	vP mit O!b	gP mit P!a	ja	1	keine
9	$\neg(\neg a \wedge \neg b)$	Wahl P	gP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine
10	$a \vee b$	Wahl P	gP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine
11	$\neg a \vee b$	Wahl P	vP mit O!a	gP mit P!b	ja	1	keine
12	$\neg a \vee \neg b$	Wahl P	vP mit O!a	vP mit O!b	nein	0	keine
13	$\neg(a \vee b)$	Wahl O	vP mit O!a	vP mit O!b	nein	0	keine
14	$\neg(\neg a \vee b)$	Wahl O	gP mit P!a	vP mit O!b	nein	0	keine
15	$\neg(\neg a \vee \neg b)$	Wahl O	gP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine
16	$a \Rightarrow b$	Wahl P	gP mit P!b	gP mit P!b	ja	1	keine
17	$\neg a \Rightarrow b$	Wahl P	gP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine
18	$a \Rightarrow \neg b$	Wahl P	vP mit O!b	vP mit O!a	nein	0	keine
19	$\neg a \Rightarrow \neg b$	Wahl P	gP mit P!a	vP mit O!b	ja	1	keine
20	$a \Rightarrow \neg \neg b$	Wahl P	gP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine
21	$\neg \neg a \Rightarrow b$	Wahl P	vP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine
22	$\neg(a \Rightarrow b)$	Wahl O	gP mit P!a	vP mit O!b	nein	0	keine
23	$\neg(\neg a \Rightarrow b)$	Wahl O	vP mit O!a	vP mit O!b	nein	0	keine
24	$\neg(a \Rightarrow \neg b)$	Wahl O	gP mit P!a	gP mit P!b	ja	1	keine
25	$\neg(\neg a \Rightarrow \neg b)$	Wahl O	vP mit O!a	gP mit P!b	nein	0	keine

In den ausgewählten Beispielen 1 – 25 stellt man fest, dass sich (*ohne* Anwendung des „Übernahmeprinzips“ RR-4) *keine* Abweichungen von der klassischen Bewertung ergeben, wenn man die Zusatzannahmen (V1), (V2) macht.

Diese Feststellung kann man verallgemeinern: Seien A, B irgend zwei schon *verteidigte* Thesen in Form der Beispiele 1 – 25. Für sie gelte also

$$\beta(A) = \beta(B) = 1$$

gemäß den Vereinbarungen (V1), (V2). Ersetzt man nun in den Formen 1 – 25 die EA a durch die zusammengesetzte Aussage A und die EA b durch die zusammengesetzte Aussage B, so bekommt man aus der obigen in a, b ausgedrückten Auswertungstabelle die entsprechende in A, B ausgedrückte Auswertungstabelle, die wiederum zeigt, dass die gemäß den Vereinbarungen (V1), (V2) angesetzten Bewertungen  $\beta$  mit denen der klassischen 2-wertigen Logik  $(P, \{0, 1\}, \gamma)$  übereinstimmen. Setzt man nun diese Ersetzungen *rekursiv* fort, so kommt man auf folgenden Satz:

**(4.4.4) Übereinstimmungssatz:** Mit Hilfe der durch die *Zusatzvereinbarungen* (V1), (V2) angesetzten Bewertungen ergibt sich zwischen der „Dialogik“ in der Deutung  $(P, D, (V1), (V2))$  und der klassischen 2-wertigen Aussagenlogik  $(P, \{0, 1\}, \gamma)$  *kein Unterschied*; – auch nicht dadurch dass die Rahmenregel **RR-2** nicht die symme-

trische, sondern (wie hier stets vorausgesetzt worden ist) die **unsymmetrische** sog. „konstruktive“ („effektive“) Rahmenregel ist. Kurz: **Die Logik (P,D, (V1), (V2)) ist nichts anderes als eine Deutung der klassischen Aussagenlogik, bei der man eine Elementarbelegung  $\beta^\circ$  mit  $\beta^\circ(x) = 1$  für alle  $x \in E$  annimmt.**

**Anmerkung:** Mit der Deutung (P,D,(V1),(V2)) ist für mich die Beziehung der sog. Dialogischen Logik zu „wertebasierten Logiken“ geklärt. In dieser für mich klaren Form habe ich den Bezug der Dialogischen Logik „mit konstruktiver („effektiver“) Rahmenregel RR-2“ zur klassischen 2-wertigen Aussagenlogik in der mir vorliegenden Literatur [Lo.1962], [Rah.Rü.1997], [Rah.2002], [Gör.2005], [Kei.2009] nicht gefunden. (Warum drücken sich die Leute nicht klarer aus? Wenn man ein „ganz anderes Konzept“ erfindet, muss man es doch zumindest in eine klare Beziehung zu konventionellen Konzepten bringen; sonst kann man seine Vor- und Nachteile nicht beurteilen! Mir hat offensichtlich die geeignete Basisliteratur der Begründer der „Dialogik“ gefehlt.)

#### 4.4.2 Auswertung der Tautologie-Beispiele in 4.3.2 – „D-Tautologien“

##### Beachte:

Alle sechs Beispielthesen in Kap.4.3.2 gehen als Spezialfälle aus Beispielthesen in Kap.4.3.1 hervor, wenn man  $b = a$  setzt. Behandelt man sie also als Thesen der Deutung (P,D,(V1),(V2)), so ergeben sich *keine* Abweichungen von der klassischen Logik, und alle sechs bekommen den logischen Wert 1 – „so als wären sie Tautologien“.

Die Deutung (P,D,(V1),(V2)) entspricht natürlich nicht der Intention, die ein

Nr.	These in Kap. 4.3.2	Name der Formel	Spezialfall von These in Kap.4.3.1 Nr	$\beta(T)$ gem. (V1), (V2)
1	$a \vee \neg a$	TnD	5	1
2	$\neg(a \wedge \neg a)$	SWW	8	1
3a	$a \Rightarrow a$	TrF	16	1
3b	$\neg a \Rightarrow \neg a$	TrF*	19	1
4	$\neg\neg a \Rightarrow a$	DNJ	21	1
5	$a \Rightarrow \neg\neg a$	JDN	20	1

„Intuitionist“ oder „Konstruktivist“ mit der Dialogik (P,D) im Sinn haben mag. Die Differenz zur klassischen Logik liegt vielmehr in einem **anderen Tautologie-Begriff**.

In einer wertebasierten Logik (P,B,y) wird „Tautologie“ über den Belegungs-begriff definiert – vgl. Def.(2.4.9). Das geht in der Dialogischen Logik (P,D) nicht. Es bietet sich aber mit Hilfe des *Übernahmeprinzips* RR-4 folgende Definition an:

**(4.4.2) DEF. D-Tautologie.** Eine These T heiße **dialogische Tautologie** (kurz: „D-Tautologie“, auch „intuitionistische Tautologie“ genannt), wenn der Proponent (P) wenigstens eine *D-Gewinnstrategie* für T hat, in der er **alle** für ihn zur Verteidigung anstehenden Elementaraussagen dadurch verteidigt, dass er sie durch das **Übernahmeprinzip RR-4** aus zuvor geäußerten Behauptungen des Opponenten (O) gewinnt. Eine D-Gewinnstrategie, bei der (P) durch Übernahme gewinnt, nennen wir kurz „**Ü-Strategie**“. (P) darf also in einer Ü-Strategie *keine* Elementarbehauptung „selbst“ verteidigen!

Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse von 4.3.2 zusammen.

Nr.	These T	Name der Formel	Wahl	Var.1	Var.2	Gibt es wenigstens eine Ü-Strategie für (P)?	T eine D-Tautologie?	Abweichung von der klassischen Logik?
1	$a \vee \neg a$	TnD	Wahl P	gP ohne Ü!!	gP ohne Ü!!	nein	nein	Abw.!!!
2	$\neg(a \wedge \neg a)$	SvW	Wahl P	gP mit Ü	gP ohne Ü!!	ja	ja	keine
3a	$a \Rightarrow a$	TrF	---	gP mit Ü	---	ja	ja	keine

Nr.	These T	Name der Formel	Wahl	Var.1	Var.2	Gibt es wenigstens eine Ü-Strategie für (P)?	T eine D-Tautologie?	Abweichung von der klassischen Logik?
3b	$\neg a \Rightarrow \neg a$	TrF*	---	gP mit Ü	---	ja	ja	keine
5	$\neg \neg a \Rightarrow a$	DNJ	Wahl P	vP mit O!a	gP ohne Ü!!	nein	nein	Abw.!!!
6	$a \Rightarrow \neg \neg a$	JDN	Wahl P	gP mit Ü	gP mit Ü	ja	ja	keine

Alle sechs Formeln sind in der klassischen Logik  $(P, \{0,1\}, \gamma)$  Tautologien. In der Dialogik  $(P, D)$  sind aber nur SvW, TrF, TrF\* und JDN D-Tautologien; TnD und DNJ jedoch keine.

Anmerkung: Eine *klassische* Tautologie mit zwei Variablen ist der „Umkehrschluss“

US:  $(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg b \Rightarrow \neg a)$  (wobei klassisch  $X \Leftrightarrow Y$  als Abkürzung für  $(X \Rightarrow Y) \wedge (Y \Rightarrow X)$  dient)

US ist jedoch *keine* D-Tautologie: Nur

US1:  $(a \Rightarrow b) \Rightarrow (\neg b \Rightarrow \neg a)$  ist eine D-Tautologie, aber

US2:  $(\neg a \Rightarrow \neg b) \Rightarrow (b \Rightarrow a)$  ist keine.

Diese Anmerkung regt uns an, nach weiteren D-Tautologien zu suchen mit Hilfe der Einführung des Begriffs der „**D-Korrespondenz**“<sup>32</sup>.

In der klassischen Logik kann man eine Allgemeinäquivalenz  $A \equiv B$  in eine Tautologie überführen und umgekehrt – vgl. den Satz (**ÄTTÄ**) in Kap.2.4.2. In der Dialogik ist „Allgemeinäquivalenz“ zunächst gar nicht definiert, weil eine solche den Begriff der „Belegung“ benötigen würde. Wir wollen aber etwas „Entsprechendes“ mit Hilfe des Begriffs der D-Tautologie definieren, wobei der dabei benutzte Junktor  $\Rightarrow$  hier natürlich die Bedeutung der *dialogischen* Partikel in PR-4 hat:

**(4.4.3) DEF.D-Korrespondenz:** Zwei Thesen A, B der Dialogik nennen wir „*D-korrespondent*“, in Zeichen:  $A \equiv_D B$ , genau dann wenn sowohl  $A \Rightarrow B$  als auch  $B \Rightarrow A$  eine **D-Tautologie** ist.

Eine D-Tautologie wird – gemäß Def.(4.4.2) – vom Proponenten immer mit einer Ü-Strategie gewonnen. Sind F, G schon selbst D-Tautologien, so sind auch  $F \Rightarrow G$  und  $G \Rightarrow F$  D-Tautologien, denn der Proponent kann – gemäß Def. (4.4.2) – bei der These  $F \Rightarrow G$  stets die Konklusion G verteidigen, ohne eine Elementarbehauptung „selbst“ verteidigen zu müssen (entsprechend bei der These  $G \Rightarrow F$ ). Also gilt trivialerweise

**(4.4.4)**  $F \equiv_D G$  für alle D-Tautologien F, G.

Sei A eine D-Tautologie, B irgendeine Behauptung. Wir betrachten die beiden Thesen  $A \Rightarrow B$ ,  $B \Rightarrow A$ . Der Dialog um sie soll vom Proponenten nur mit einer **Ü-Strategie** geführt werden. Dann gilt, wie man aus PR-4 und Def.(4.4.2) sofort sieht:

**(4.4.5)** Ist A eine D-Tautologie so gewinnt (P) mit **Ü-Strategie**

- (i) die These  $B \Rightarrow A$  stets;
- (ii) die These  $A \Rightarrow B$  jedenfalls dann, wenn B ebenfalls eine D-Tautologie ist.
- (iii) Ob er die These  $A \Rightarrow B$  auch gewinnt, wenn B keine Tautologie ist, hängt von der Struktur von A ab.

<sup>32</sup> Ich weiß nicht, welche Bezeichnung in der Literatur statt „D-Korrespondenz“ üblich sei. Ich habe es in den mir vorliegenden Quellen schlicht nicht gefunden.

Die Relation  $\equiv_D$  ist offensichtlich *reflexiv* und *symmetrisch*. Wenn man vermutet, dass  $\equiv_D$  eine Äquivalenzrelation auf der Menge der Thesen sei, müsste man zeigen, dass  $\equiv_D$  auch *transitiv* sei. Das aber müsste mit den Mitteln der Dialogik **(P,D)** erfolgen. Zur Abkürzung setzen wir:

$$AB := (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A), \quad BC := (B \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow B), \quad AC := (A \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A)$$

wobei  $\wedge$  und  $\Rightarrow$  die „Partikel“ in PR-1 bzw. PR-4 seien. Die Metabehauptung

$$\text{„wenn } (A \equiv_D B \text{ und } B \equiv_D C) \text{ dann } A \equiv_D C\text{“}$$

verwandeln wir in die Dialogthese

$$\mathbf{T} := (AB \wedge BC) \Rightarrow AC$$

des Proponenten (P). Sind  $(A \Rightarrow B)$ ,  $(B \Rightarrow A)$  beides D-Tautologien, so ist, wie man aus PR-1 und Def.(4.4.2) ersieht, auch  $AB := (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$  eine D-Tautologie. Gilt Entsprechendes für BC, so ist auch  $AB \wedge BC$  eine D-Tautologie.

Soll (P) im Dialog um die These **T** nur mit **Ü-Strategie** arbeiten, so folgt aus (4.4.5)(ii): (P) gewinnt die These jedenfalls dann, wenn

$$AC = (A \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow A)$$

selbst eine **D-Tautologie** ist. Ist aber AC selbst eine D-Tautologie, so lehrt uns die Partikelregel PR-1 – unter Beibehaltung der Forderung, dass (P) mit der **Ü-Strategie** arbeiten soll – dass  $A \Rightarrow C$  und  $C \Rightarrow A$  selbst schon D-Tautologien sein müssen. Ist jedoch AC *keine* Tautologie, so hängt es von der Struktur der Aussagesymbole A, B, C ab, ob (P) die These **T** mit Ü-Strategie gewinnt.

### Dialog:

1 P	(AB $\wedge$ BC) $\Rightarrow$ AC	
Da AB und BC als D-Tautologien vorausgesetzt werden, ist (O) mit dem Angriff		
2 O	?1 AB $\wedge$ BC	erfolgreich.
(P) bleibt daher nur, die Konklusion zu verteidigen:		
3 P	!2 AC,	also! (A $\Rightarrow$ C) $\wedge$ (C $\Rightarrow$ A)
Weder (A $\Rightarrow$ C) noch (C $\Rightarrow$ A) sind als D-Tautologien vorausgesetzt.		
4 O	?3 L	„Wahl (O) mit L“
5 P	!4 A $\Rightarrow$ C	
6 O	?5 A	
7 P	?6	
8 O	!7 A	gelingt die Verteidigung <i>nicht</i> , hat (P) <b>gewonnen</b> . ENDE
		gelingt sie, darf (P) sich auf den Angriff 5 verteidigen
9 P	!5 C	gelingt die Verteidigung <i>nicht</i> , hat (P) <b>verloren</b> . ENDE
		gelingt sie, hat (P) <b>gewonnen</b> . ENDE

Wenn O in Zeile 4 alternativ mit R angreift, vertauschen sich nur die Rollen von A und C, wir hätten dann:

4 O	?3 R	„Wahl (O) mit R“
5 P	!4 C $\Rightarrow$ A	
6 O	?5 C	
7 P	?6	
8 O	!7 C	gelingt die Verteidigung <i>nicht</i> , hat (P) <b>gewonnen</b> . ENDE
		gelingt sie, darf (P) sich auf den Angriff 5 verteidigen
9 P	!5 A	gelingt die Verteidigung <i>nicht</i> , hat (P) <b>verloren</b> . ENDE
		gelingt sie, hat (P) <b>gewonnen</b> . ENDE

Man sieht: Es kommt nur auf die Verteidigung der Konklusion AC an. Der Opponent (O) hat die **Wahl**.

- Kann (O) A verteidigen, wird er in Zeile 4 den Angriff L wählen, verliert aber, wenn (P) C verteidigen kann.
- Kann (O) C verteidigen, wird er in Zeile 4 den Angriff R wählen, verliert aber, wenn (P) A verteidigen kann.
- (O) gewinnt also nur, wenn
  - er zuerst A verteidigt und dann (P) C nicht verteidigt
  - er zuerst C verteidigt und dann (P) A nicht verteidigt
- Gehen wir davon aus, dass (O) stets die für ihn *günstigere* Wahl trifft, so gewinnt (P) die These nur, wenn
  - (O) zuerst C verteidigt und dann (P) A verteidigt
  - (O) zuerst A verteidigt und dann (P) C verteidigt
- (P) gewinnt also, wenn er „vorab weiß“, dass er sowohl A als auch C verteidigen kann.

- Darf der Proponent (P) zudem seine Verteidigungen **nur** mit Hilfe einer **Ü-Strategie** leisten, ist er sich der Gewinnbarkeit für A und C von vorne herein sicher in dem Fall, dass **A und C selbst schon D-Tautologien** sind; dies ist aber nur eine hinreichende und keine notwendige Bedingung für die Gewinnbarkeit der These T.

Aus dieser Diskussion geht hervor, dass die D-Korrespondenz-Relation  $\equiv_D$  **keine Äquivalenzrelation** auf der Menge *aller* Aussagesymbole ist, dass aber wegen (4.4.4) die Transitivität von  $\equiv_D$  trivialerweise auf der Menge der D-Tautologien besteht.

Dennoch ist die D-Korrespondenz-Relation nützlich, um weitere D-Tautologien zu finden. Wir denken dabei insbesondere an D-Korrespondenzen, welche den Verbandsaxiomen „entsprechen“: Eine kleine Fleißarbeit zeigt folgendes Ergebnis:

**(4.4.6) Verbands-Korrespondenzen:** Seien A, B, C beliebige Aussagesymbole, dann gilt:

$$\begin{array}{lll}
 A \wedge B \equiv_D B \wedge A & \text{und} & A \vee B \equiv_D B \vee A & \text{(Kommutativität)} \\
 A \wedge (B \wedge C) \equiv_D (A \wedge B) \wedge C & \text{und} & A \vee (B \vee C) \equiv_D (A \vee B) \vee C & \text{(Assoziativität)} \\
 A \wedge (A \vee B) \equiv_D A & \text{und} & A \vee (A \wedge B) \equiv_D A & \text{(Absorption)} \\
 A \wedge A \equiv_D A & \text{und} & A \vee A \equiv_D A & \text{(Idempotenz)} \\
 A \vee (B \wedge C) \equiv_D (A \vee B) \wedge (A \vee C) & \text{und} & A \wedge (B \vee C) \equiv_D (A \wedge B) \vee (A \wedge C) & \text{(Distributivität)}
 \end{array}$$

Die D-Korrespondenzen (4.4.6) „entsprechen“ also den Allgemeinäquivalenzen einer wertebasierten Aussagenlogik  $(\mathbf{P}, \mathbf{B}, \gamma)$ , deren **Bewertungsbereich ein distributiver Verband ist**. Die dialogische Logik  $(\mathbf{P}, \mathbf{D})$  bestärkt mich sozusagen in dem Ansatz, auch in wertebasierten Logiken  $(\mathbf{P}, \mathbf{B}, \gamma)$  mich auf solche zu beschränken, deren Bewertungsbereich ein (endlicher, nicht notwendig distributiver) **Verband  $(\mathbf{B}, \leq, +, \bullet)$**  ist.

Kommt die dialogische Partikel  $\neg$  ins Spiel, so hört es mit den D-Korrespondenzen auf. Insbesondere entsprechen den De-Morganschen Regeln eines Verbandes mit geeignetem Negationsoperator *keine* D-Korrespondenzen. Nur  $(\neg A \vee \neg B) \Rightarrow \neg(A \wedge B)$  ist eine D-Tautologie, nicht aber  $\neg(A \wedge B) \Rightarrow (\neg A \vee \neg B)$ ; und weder  $(\neg A \wedge \neg B) \Rightarrow \neg(A \vee B)$  noch  $\neg(A \vee B) \Rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$  sind D-Tautologien. Ich habe, falls die Partikel  $\neg$  in X und Y auftritt, nur D-Korrespondenzen gefunden, die „trivial“ sind in dem Sinne, dass beide Seiten der D-Korrespondenz  $X \equiv_D Y$  schon D-Tautologien sind.

Ferner sind, wie man ausrechnet, u.a.

$$\begin{array}{ll}
 (A \wedge B) & \Rightarrow A \\
 A & \Rightarrow (A \vee B) \\
 [A \wedge (A \Rightarrow B)] & \Rightarrow B
 \end{array}$$

sowohl D-Tautologien als auch klassische Tautologien. Jeweils die linke und rechte Seite „D-korrespondieren“ aber nicht. Die Formeln entsprechen syntaktischen Ableitungsregeln in der klassischen Logik; sie können also auch in der Dialogik  $(\mathbf{P}, \mathbf{D})$  als syntaktische Ableitungsregeln benutzt werden.

## 4.5 Beziehungen zu einer mehrwertigen Logik

### 4.5.1 Kurzhinweis auf Morphogramme

In [Lo.1962] hat **Paul Lorenzen** auch Beziehungen der Dialogik zu einer 3- oder 4-wertigen Logik angedeutet unter Einführung sogenannter „*Morphogramme*“ an Stelle von Verknüpfungstabellen (Wahrheitstafeln). Ein Morphogramm entsteht aus einer Verknüpfungstabelle durch Auflisten der Tabellenwerte in einer bestimmten Reihenfolge, wobei nicht die Werte selbst notiert werden, sondern nur, ob sie sich *unterscheiden*. Dieser – noch nicht besonders präzise – Hinweis mag hier genügen. Etwas mehr erfährt man in [Lo.1962].

### 4.5.2 Andere Interpretationsmöglichkeit

Ich orientiere mich an der in 4.4.1 gegebenen Interpretation  $(\mathbf{P}, \mathbf{D}, (\mathbf{V}1), (\mathbf{V}2))$  und ändere die Zusatzvereinbarungen so ab:

Sei  $\mathbf{B}$  ein endlicher Wertebereich und  $\mathbf{W} \subset \mathbf{B}$  ( $\mathbf{W} \neq \emptyset$ ) ein Designationsbereich.

(V<sup>#1</sup>) Zu Beginn des Dialogs um eine These  $T$  einigen sich die Dialogpartner darauf, dass alle in  $T$  vorkommenden **Elementaraussagen** *verteidigt* werden können und damit einen logischen Wert aus  $\mathbf{W}$  bekommen. Es soll also eine Elementarbelegung  $\beta^\circ: E(T) \rightarrow \mathbf{W}$  vereinbart werden.

(V<sup>#2</sup>) Die Elementarbelegung  $\beta^\circ$  soll zu einer Belegung  $\beta$  der These  $T$  so erweitert werden:

- $\beta(T) \in \mathbf{W}$ , wenn es für den Proponenten *wenigstens eine* „**D-Gewinnstrategie**“ für die These  $T$  gibt,
- $\beta(T) \notin \mathbf{W}$  andernfalls.

Welchen Wert aus  $\mathbf{W}$  genau die Elementarbelegung  $\beta^\circ$  einer Elementarbehauptung zuordnet, bzw. welchen Wert aus  $\mathbf{W}$  die daraus abgeleitete Belegung  $\beta$  einer von  $(P)$  gewonnenen These  $T$  zuordnet, ist offen bzw. unerheblich.

Das weitere verläuft ganz analog zu dem in 4.4.1 Gesagten. Die daraus resultierende Deutung der Dialogik bezeichnen wir mit  $(\mathbf{P}, \mathbf{D}, (\mathbf{V}^{\#1}), (\mathbf{V}^{\#2}), \mathbf{W})$ . Daraus schließt man, dass die Elementarbelegung  $\beta^\circ$  und die daraus abgeleitete Belegung  $\beta$  so gewählt werden können, dass  $(\mathbf{P}, \mathbf{D}, (\mathbf{V}^{\#1}), (\mathbf{V}^{\#2}), \mathbf{W})$  sowohl alle *Normalbedingungen* als auch alle *Standardbedingungen* erfüllt. Diese „Dialogik“ ist also *pro forma* eine Deutung einer mehrwertigen Logik; *de facto* bedeutet sie aber dasselbe wie die „Dialogik“  $(\mathbf{P}, \mathbf{D}, (\mathbf{V}1), (\mathbf{V}2))$ , was direkt aus der Anmerkung (2.4.8a) in Kap.2.4.3.1 hervorgeht.

### 4.5.3 Mehrwertigkeit und Übernahmeprinzip?

Betrachten wir schließlich noch die Dialogik  $(\mathbf{P}, \mathbf{D})$ , in welcher der Proponent Thesen nur mit dem *Übernahmeprinzip* RR-4 gewinnen darf (gemäß Kap.4.4.2), wo also die gewonnenen Thesen *D-Tautologien* sind:

Für den Proponenten ist es unerheblich, **wie** der Opponent eine Elementarbehauptung verteidigt. Daher braucht (P) auch gar nicht zu wissen, ob für verteidigbare Elementarbehauptungen nur *ein* oder mehrere Werte eines Designationsbereichs  $\mathbf{W}$  zulässig sind. Für eine *D-Gewinnstrategie* muss (P) aber stets den für ihn „ungünstigsten“ Fall berücksichtigen; d.h., er muss davon ausgehen, dass der Opponent eine Elementarbehauptung **stets verteidigt**, sofern er dazu, gemäß den Partikel- und Rahmenregeln noch eine Gelegenheit hat.

Will man trotzdem allen Behauptungen je einen Wert zulegen, so bietet sich dazu eine *Heyting-Logik* – ggf. noch mit ausgewähltem Designationsbereich  $\mathbf{W}$  im Heytingverband  $\mathbf{B}$  – an, vgl. Kap.2.6.2.

## 5 Temporallogik &&&

Temporallogik ist eine besondere Art der **Modallogik**, in der die **Zeitabhängigkeit** von Erkenntnissen formuliert werden kann. Das ist weder in einer mehrwertigen Aussagen- oder Prädikatenlogik  $(\mathbf{P}, \mathbf{B}, \gamma)$  noch in der Dialogik  $(\mathbf{P}, \mathbf{D})$  möglich. Daher hier

ein kurzer Abriß zur Temporallogik und ggf. Überlegungen, wie man sie auf eine Logik mit mehr als 2 Werten im Bewertungsbereich übertragen könnte.

## 5.1 Zweiwertig &&&

&&&

## 5.2 Mehrwertig? &&&

&&&

→ weiter in Teil 5