Dr. Christoph Lübbert
Viktoriastr. 36, 64293 Darmstadt
Tel.: 06151-422298
christoph.luebbert@t-online.de
www.cl-diesunddas.de

Ontologiedefinition auf FBA-Basis

(Kurzfassung meiner Note [27])

Version: V4.4f, 14.07.2012

Vorgestellt auf dem Ernst-Schröder-Workshop im FB Mathematik der TU Darmstadt am 14.07.2012

Inhaltsübersicht

Danksagung:
Thomas Zeh und *Karl Erich Wolff* sei herzlich gedankt für die Anregungen, Korrektur- und Kürzungsvorschläge zu diesem Vortrag.

1 Motivation und Zielsetzung

Es gibt seit Jahren viele verbale Definitionen von dem, was eine „Ontologie“ in der Informatik sein könnte. Aber ein einfaches und einwandfreies mathematisches Modell, das ja die **formale Basis zur Implementierung** einer Ontologie sein müsste, habe ich bislang nicht gefunden.

Seit Anfang 2011 bin ich beim „Ontologie-Arbeitskreis“ der Hochschule Darmstadt (h_da) und habe dort auch bei der Abfassung des gemeinsamen Artikels *„Was bedeutet eigentlich Ontologie“* mitgemacht. Dabei sind mir zwei „mathematisch aussehende“ **Ontologie**-Definitionen in den folgenden Arbeiten aufgefallen:

[2] ***G.Pickert –*** „Einführung in Ontologien“, Humbold-Universität Berlin, Feb. 2011 und

[12] ***Maedche/Zacharias*** – *„Clustering Ontology-based Metadata in the Semantic Web“.* Uni. Karlsruhe, Research Group WIM, 2002/2003.

Ich habe sie in ein paar tastend vorbereitenden Noten ([5], [10], [11], [15], Dez.2011-Jan.2012) untersucht und war damit *nicht recht zufrieden*, denn sie enthielten aus meiner Sicht (mathematisch gesehen) einige Ungereimtheiten und Unsymmetrien:

In [2] und [12] <u>*fehlt*</u> mir eine einfache mathematische Grundlage – insbesondere ein Grundkonzept dafür, was ein „**Begriff**“ sein soll. Der Terminus „**Begriff**“ muss einerseits **formalisiert** werden, damit er eine **prozessierbare** Ontologie-Komponente wird, andererseits sollte er sich nicht auf den aus der **OOP** kommenden technischen Terminus „Klasse“ reduzieren!

Daher möchte ich hier eine mathematische Ontologie-Definition auf Basis der **Formalen Begriffsanalyse** [1] (**FBA – *Ganter / Wille***, 1996) vorstellen. Ich gebe hier eine (immer noch zu lange!) „Kurzfassung“ meiner Note [27].

Ziel ist es zunächst, mit meiner Definition möglichst wenig abzuweichen von der **Intention**, die in den O-Definitionen von [2] *(G. Pickert)* und [12] *(Maedche/Zacharias)* steckt. Die Intention ist folgende:

Für ein bereits etabliertes (objektiviertes) **Wissensgebiet** will eine (informatische) „**Ontologie**“ ein System von vereinheitlichten **Begriffen** und Unterbegriffen aufbauen und diese mit gewissen (binären) **Relationen** verknüpfen. Informatiker nennen das ein „**Ontologie-Schema**“.

Die sogenannte „**Instanziierung**“, soll dann das O-Schema „füllen“, indem „Begriffe“ durch „Einzeldinge“ ersetzt werden.

So soll, *computer-realisiert*, konkrete und etwas intelligentere Wissensvermittlung als nur „Google“ über das Wissensgebiet ermöglicht werden und zwar

- sowohl an der Schnittstelle „Computer – Computer“
- als auch an der Schnittstelle „Mensch – Computer“.

Andererseits eröffnet das **FBA-Konzept** aber – ausgehend von der einfachen (und auch philosophisch vernünftigen) Definition von dem, was ein **„formaler Begriff“** sei – eine Vielfalt von Möglichkeiten, die in den mir bekannten O-Definitionen nicht zu finden sind.

In [27] habe ich jedenfalls aufgezeigt, *dass die O-Definitionen aus [2] und [12]* ***voll auf die hier vorzustellende, FBA-basierte O-Definition zurückgeführt werden können.***

Eine Zukunftsvision wäre dann, ganz neu zu definieren, was – mathematisch gesehen – eine einfache Basisdefinition für eine „**Ontologie**“ sein könnte, die dann – ebenfalls mit FBA-Hilfsmitteln – in wohldefinierter Weise nach anwendungsbezogenen Kriterien verfeinert werden könnte. Die vorliegende Note ist ein Vorschlag für eine mathematische Basisdefinition.

Auch die hier vorgelegte Note ist zunächst eine noch sehr „mathematische“ Herangehensweise. Sie geht weder auf die praktischen Überlegungen in [2] noch auf das spezielle Anliegen in [12] („*Clustering ...*“ – Definition von Ähnlichkeitsmaßen für Begriffe u.ä.) ein.

Ich bin aber der Überzeugung, dass ein Ontologie-Konzept eine einwandfreie und möglichst ***einfache mathematische Basisdefinition*** im Hintergrund haben muss.

Erst wenn dieser Hintergrund etabliert und akzeptiert ist, hat man eine Grundlage, den ***„Kampf mit der Umgangssprache“*** aufzunehmen und bei der Realisierung einer Ontologie von der mathematischen Definition aus praktischen Gründen ggf. abzuweichen.

Das aber ist dann in wohldefinierter Weise möglich; und wenn es zu Sprachschwierigkeiten kommt, kann man stets testen, was modifiziert werden muss:
– die mathematische Verfeinerung der Basisdefinition
oder
– die praxisbedingten Abweichungen.

1.1 Vergleichstabelle [2] / [12] / FBA

Vorab stelle ich in der nun folgenden Tabelle die Komponenten der Ontologie-Definitionen aus [2] und [12] dem in dieser Note zu entwickelnden Konzept gegenüber und weise auf *Defizite* in [2] und [12] hin. Sie waren die ***Motivation*** für die Erstellung meiner Note.

Tab.1: Vergleichstabelle [2] / [12] / FBA

Komponente	bei *G. Pickert* [2]	bei *Maedche / Zacharias* [12]	in meinem FBA-Konzept
Definitionszeilen (bei [2], [12] etwas umgestellt)	„Abstraktes Modell einer Ontologie“ **O** := (**C, H, R**, L, F, G, A)	*“Ontology Structure”* **O** := (**C, H^{C}, P, A**, *prop*, *att*) *“Metadata Structure”* **MD** := (O, I, L, *inst*, *instr*, *instl*)	**O** := (**IN, REL, LEX, BEZ**) alle anderen Komponenten sind aus diesen ***abgeleitet***. (Insbes. „Begriffe“ u. Halbordnungen)
Systeminterna:	**C, H, R** -- A (?)	**C, H^{C}, P, A**	**IN, REL**
Begriffe	Menge **C** von Begriffen. - „fällt vom Himmel“? - auf was basiert ein „Begriff“?	Menge **C** von Begriffen. - „fällt vom Himmel“? - Zusammenhang mit den der „Attributen“ ?	*Abgeleitet, 2 Arten:* **F(REL)** Mg.v.„F-Begr.“ bzw.: **C(IN) =** Mg.v. „IN-Begriffen“ X; X = Umfang od. Inhalt eines F-Begr.

Komponente	**bei *G. Pickert* [2]**	**bei *Maedche / Zacharias* [12]**	**in meinem FBA-Konzept**
Attribute (zu Begriffen)	- (kommt nicht vor)	Menge **A** von Attributen *„a specific kind of relations are attributes A"*	**- unnötig.** „Attribute" werden als „IN-Begriffe" gehandhabt
Halbordnung auf der Menge der Begriffe	**H**$\subseteq$**C**$\times$**C** „***Taxonomy***" – kein Zusammenhang von **H** mit d. Relationenmenge **R** ersichtlich!	$\mathbf{H}^{C} \subseteq \mathbf{C}\times\mathbf{C}$ „***Taxonomy***" – kein Zusammenhang von $\mathbf{H}^{C}$ mit den „Relationen" (**P**) ersichtlich!	*albgeleitet:* Natürl. Halbordnungen $\leq_F$ auf **F(REL)**, bzw. $\leq_C$ auf **C(IN),** ergibt sich aus der Struktur von F(REL).
2-stellige Relationen auf der Menge der Begriffe	Menge **R** 2-stelliger Relationen auf **C**	*rel*: **P**$\rightarrow$Pot(**C**$\times$**C**), also: *rel*(**P**) = Menge der Relationen auf **C**	*Abgeleitete* Menge **REL** 2-stelliger „C-Relationen" auf C(IN), abgel.aus REL und F(REL)

Komponente	bei *G. Pickert* [2]	bei *Maedche / Zacharias* [12]	in meinem FBA-Konzept
Halbordnung auf d. Menge der Relationen (zwi. Begriffen)	- (kommt nicht vor)	- (kommt nicht vor)	Natürl. Halbordnung (**REL**, $\leq_R$): **r** $\leq_R$ **s** gdw. **r** Teilverband v. **s**
Instanzen	- (kommt nicht vor) nur „O-Schema“	Menge **I** von *„instance identifiers“*	*Grundmenge*: **IN** von „Instanzen“
Attributwerte (zu Instanzen)	- (kommt nicht vor)	Menge **L** von sog. *„litteral values“.* Bei Instanziierung werden Mengen von Paaren (x,y) ($x \in I$, $y \in L$) gebildet.	- zunächst **unnötig:** „Attributwerte“ als „Instanzen“ aufgefasst. – (Ggf. relevant bei sog. „mehrwert. Kontexten“).
2-stellige Relationen auf d. Menge der Instanzen	- (kommt nicht vor) in [2] wird nur das „O-Schema“ diskutiert	- (entstehen durch Instanziierung)	*Grundmenge:* **REL** von 2-stell. Relationen auf **IN**

Komponente	bei *G. Pickert* [2]	bei *Maedche / Zacharias* [12]	in meinem FBA-Konzept
Halbordnung auf d. Menge der Relatio-nen (zwi.Instanzen)	- (kommt nicht vor) in [2] wird nur das „O-Schema“ diskutiert	- (kommt nicht vor)	Natürl. Halbordnung: (**REL**, $\subseteq$) als ein Inf-Halbverband
Instanziierung	- (kommt nicht vor) in [2] wird nur das „O-Schema“ diskutiert	*inst*: **C**$\rightarrow$Pot(**I**) *instr*: **P**$\rightarrow$Pot(**I**$\times$**I**) *instl*: **A**$\rightarrow$Pot(**I**$\times$**L**)	*instc*: IN$\rightarrow$C(IN) *instr*: REL$\rightarrow\underline{\text{REL}}$
Gesamtkonzept für die **Systeminterna**	-	-	**(IN,REL) wird** (auf 2 Arten) **als je *ein* formaler Kontext dargestellt.**

Komponente	bei *G. Pickert* [2]	bei *Maedche / Zacharias* [12]	in meinem FBA-Konzept
Userschnittstelle:	L=LC∪LR, F, G	- *(?)*	(LEX, BEZ) | (IN, REL)
Lexikon (Menge von Bezeichnern aus der Umgangs- oder Fachsprache)	Menge **L** =LC∪LR (Lexikon) von sog. „Symbolen“	- (nicht erwähnt)	*Grundmenge:* **LEX** von sog. „Symbolen“ („Schlagwörter“ aus Fach-/ Umgangssprache)
Bezeichner für Begriffe	Menge LC von Begriffs-Symbolen, LC⊆**L**	- (nicht erwähnt)	Menge LC von Begriffs-Symbolen, LC⊆**LEX**
Bezeichner für Relationen	Menge LR von Relationssymbolen, LR⊆**L**	Eventuell: Menge **P** von Relationsbezeichnern *(„relation identifiers“)*	Menge LR von Relationssymbolen, LR⊆**LEX**

Komponente	**bei *G. Pickert* [2]**	**bei *Maedche / Zacharias* [12]**	**in meinem FBA-Konzept**
Bezeichner für Attribute (zu Begriffen)	- (kommt nicht vor)	Eventuell: Menge **A** von "Attributen" zu Begriffen *(„a specific kind of relations are attributes **A**")*	- **unnötig.** Bezeichner für „Attribute" sind Elemente des Lexikonteils LC.
Bezeichnungsrelationen an der Userschnittstelle	**F**: Pot(LC)$\rightarrow$Pot(**C**) **G**: Pot(LR)$\rightarrow$Pot(**R**). - die „Userschnittstelle" ist nur „halb" ausgebildet!	- (nicht erwähnt). Eventuell: *prop*: $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{C}\times\mathbf{C}$ *att* : $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{C}$, falls die p$\in$**P** u. die a$\in$**A** als Bezeichner gedeutet werden. Damit aber nur „halb" ausgebildet!	*Grundmenge:* **BEZ**= $\{bez_{LC}, bez_{LR}\}$. Bezeichnungsrel.**:** $bez_{LC} \in LC\times C(IN)$, $bez_{LR} \in LR\times \underline{REL}$ u. die damit induzierten beiden Galoisverbindungen

2 Vorspann

Bevor ich meine O-Definition vorstelle, finde ich diesen „Vorspann“ nötig.

2.1 Philosophisch-informatischer Vorspann

Bemerkenswerterweise meinen einige an „Ontologie“ interessierte Informatiker, sie könnten, was gewisse Grundkonzepte anbelangt, Anleihen bei den Philosophen machen, weil die ein Teilgebiet der Metaphysik haben, das sich seit ca. 330 Jahren ebenfalls mit dem Namen „Ontologie“ [„die Lehre vom Sein“ – griech.: „το ον“] schmückt.

Solche Anleihen sind in der Tat zu spüren. *Aber es sind Anleihen aus einer Zeit, die meist* ***vor*** *den großen Paradigmenwechseln des 20.Jh. liegt*, in welche die Informatik u. die IT hineingeboren wurden.

2.1.1 „Substanzdenken“

Alle klassischen (philosophischen) Ontologen des Westens – egal ob „realistisch“ oder „idealistisch“ orientiert – waren beherrscht von einer Grundhaltung, die man „***Substanzdenken***“ nennen könnte: Hinter den Erscheinungen *„Bleibendes / Beharrendes / für sich selbst Stehendes / von anderem Unabhängiges“* zu suchen.

Das „Substanzdenken“ verführte dazu, in Subjekt und Prädikat sprachlicher Sätze in erster Linie auf die ***Substantiva***, erst in zweiter Linie auf die *Adjektiva* und nur nebenbei auf die verbindenden ***Verben*** zu schauen. Es bildete sich sogar eine *„Sprachontologisierung“* heraus, bei der man so gut wie alle Sprachelemente **„*versubstantivierte*“**.

(„gut“→ „die Güte“, „rot“→ „die Röte“, „schnell“→ „die Schnelligkeit“; „was“→ „die Washeit“; „ist enthalten“→ „das Enthaltensein“; -- und schließlich: „ist“→ „das Sein“)

Das führte dazu, „die Welt“ wie eine Ansammlung von „Backsteinen“ aufzufassen.

Völlig aus den Augen verlor man dabei die Funktion der **Verben**, als diejenigen Sprachelemente, die noch am besten auf eine **Beziehung** / einen **Zusammenhang** hindeuten.
Statt dessen beschränkte man sich auf das Hilfsverb „ist“, versubstantivierte auch dieses und meinte im sog. „**Sein**“ den Inbegriff von „Substanz“ gefunden zu haben.

Vom uralten „Substanzdenken“ sind auch alle mir bekannten Ontologie-Definitionen der *Informatiker* beeinflusst: Im Vordergrund stehen „***Substanzen***“, die man in der Sprache der Informatiker als „**Instanzen**“ bezeichnet, sie als „Dinge“ / „Entitäten“ / „Individuen“ – allgemein: „Seiendes“ – interpretiert und in der Abstraktion als die sogenannten „**Begriffe**“ in den Vordergrund der Untersuchung stellt.

Daraus entstanden schließlich in den 1980-er Jahren die Konzepte „objektorientierter Programmierung“ (**OOP**) – *ein spätes Kind der archaischen Mutter namens „**Substanzdenken**“*.

In der **OOP** geht man von einer Hierarchie von „Objektklassen“ aus und hängt an jede Klasse ein paar „Attribute“ und „Methoden“, die nach unten „vererbt“ werden können. Je weiter nach unten man in der Hierarchie geht, desto mehr „Attribute“ und „Methoden“ werden einer Klasse (zusätzlich zu den von oben „vererbten“) angehängt.

2.1.2 Begriffe entstehen durch das In-Beziehung-Setzen

„Dinge“ charakterisiert man (der Mensch) durch sog. „Eigenschaften“; dual dazu charakterisiert man „Eigenschaften“ durch gewisse „Dinge“, denen man sie zuordnet. – Könnte man eine beliebige Menge von „Dingen“ (oder auch von „Eigenschaften“) benennen und von dieser Namensmenge sagen, sie bilde einen „Begriff“? – ***Das kann nicht gemeint sein.*** „Dinge“ und „Eigenschaften“ gehören vielmehr „zusammen“ – aber nicht etwa, weil angeblich Dinge Eigenschaften „besitzen“, sondern weil sie ***beide*** vom menschlichen Bewusstsein als gewisse Empfindungs- oder Denkeinheiten situationsbedingt zusammen konstituiert werden – so ist der Mensch nun mal veranlagt:

Die jeweilige Situation – der ***KONTEXT***, wie ich es nennen möchte – erzeugt gewisse „Kriterien“ / „Bedingungen“, von denen sich eine Gesellschaft (oft vorbewusst oder indirekt) leiten lässt, und durch welche man „Dinge“ mit „Eigenschaften“ zusammenbringt. *Erst mit diesem Prozess des „Zusammenbringens“ wird ein* ***„Begriff“*** *gebildet – nicht nur einer, sondern meist mehrere zugleich.*

Ein „Begriff“ ist *für sich genommen* sinnlos, wenn man den ***Kontext*** und die Art des ***Zusammenbringens*** von „Dingen“ und „Eigenschaften“ nicht damit verbinden will. Daher lautet meine Position:

„ERST die Zusammenhänge und Kontexte, DANN die Begriffe – und nicht umgekehrt“.

Die Mathematiker haben nun ein dafür recht nützliches, weil einfaches, Strukturierungsinstrument in ihrer Sprache, mit der sie solches „Zusammenbringen“ ***formalisieren*** können: Das sind die sog. binären „**Relationen**“ (Mengen von ***Paaren***). Unser mathematisches Konzept geht davon aus, dass man zwar von einer Grundmenge „**IN**“ ausgeht, die man, wenn man will, als „Instanzen(namen)“, also ontologisch gesprochen als Namen für „Substanzen“ deuten kann.

Die Variablen von **IN** würden aber nutzlos und völlig in der Luft hängen bleiben, wenn man nicht eine Menge „**REL**“ von **Relationen** hinzunimmt, die sie verbinden. Daraus erst entwickeln wir, was für uns „Begriffe“ sein sollen. Und damit, so bin ich überzeugt, formalisieren wir „Wirklichkeit“ (--- kommt von „wirken“ und nicht von „sein“! ---) in menschlichen Kontexten viel realistischer, als wenn wir von „Begriffen“ ausgehen würden.

2.2 Mathematischer Vorspann

Meine O-Definition benutzt die mathematischen Grundkonzepte „**Menge**“ (sowie „**Element**“ einer Menge und „**Teilmenge**“ einer Menge), „**Paarmenge**“, „**Halbordnung**“ und „**Abbildung**“ einer Menge in eine andere. Alle anderen Konzepte sind daraus abgeleitet. Eine wichtige abgeleitete Struktur ist der sog. „**vollständige Verband**“, das ist eine Halbordnung (V, $\leq$), bei der zu jeder Teilmenge $T \subseteq V$ das „*Supremum*“ (kleinste obere Schranke) und das „*Infimum*“ (größte untere Schranke) in V existiert.

Hinweis: Alle hier betrachteten **Mengen** werden hier als ***endlich*** vorausgesetzt.

2.2.1 Formale Begriffsanalyse (FBA)

Wir fassen kurz zusammen, was wir aus dem Standardwerk [1] **(*Ganter / Wille*: Formale Begriffsanalyse** – **FBA)** brauchen. Aber wir wählen einige Bezeichnungen nicht wie in [1], sondern so, wie wir sie auch später hier benötigen.

2.2.1.1 F-Kontext

Seien G, M zwei **endliche** Mengen und $\mathbf{r \subseteq G \times M}$ eine 2-stellige Relation. Das Tripel **(G, M, r)** heißt der „**formale Kontext**“ (kurz: „**F-Kontext**“) zur Relation r. Die $x \in G$ heißen „**Gegenstände**“, die $y \in M$ heißen „**Merkmale**“.

(i) $\mathrm{dom}(r) := \{x \in G \mid \exists y \in M: xry\} \subseteq G$ heiße „**Gegenstandsbereich**“ von r (auch „Domäne“ od. „Vorbereich“ genannt),

(ii) $\mathrm{range}(r) := \{y \in M \mid \exists x \in G: xry\} \subseteq M$ heiße „**Merkmalsbereich**“ von r (auch „Wertebereich“ oder „Nachbereich“ genannt).

Anmerkung-1: Die Bezeichnung „Gegenstand“ für $x \in G$ bzw. „Merkmal“ für $y \in M$ soll nur bedeuten, dass x an der ***ersten***, und y an der ***zweiten*** Stelle in der Relation „x**r**y“ steht. Hätten wir statt einem $r \subseteq G \times M$ dessen die inverse Relation $r^{-1} \subseteq M \times G$, „y$\mathbf{r}^{-1}$x“, genommen, so würden eben die $y \in M$ „Gegenstände“ und die $x \in G$ „Merkmale“ zur Relation $\mathbf{r}^{-1}$ heißen.

Folgende beiden durch die Relation r induzierten Abbildungen spielen eine **grundlegende Rolle**:

(iii) $\uparrow$r: Pot(G)$\rightarrow$Pot(M), def.durch: $X^{\uparrow r} := \{y \in M \mid \forall x \in X: x\mathbf{r}y\}$

die „Ableitung" von X besteht aus den Merkmalen die *allen* Gegenständen von X zukommen – für alle Teilmengen $X \subseteq G$.

(iv) $\downarrow$r: Pot(M)$\rightarrow$Pot(G), def. durch: $Y^{\downarrow r} := \{x \in G \mid \forall y \in Y: x\mathbf{r}y\}$

die „Ableitung" von Y besteht aus den Gegenständen, denen *alle* Merkmale von Y zukommen – für alle Teilmengen $Y \subseteq M$.

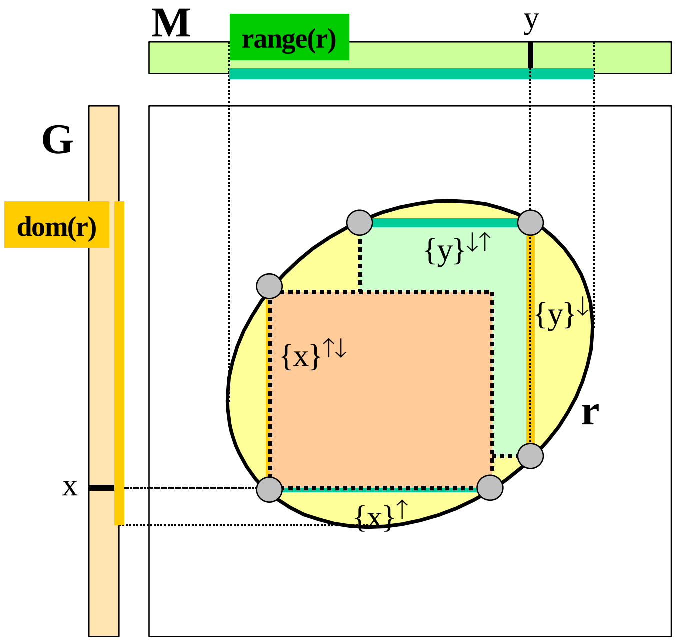
Anmerkung-2: Mathematiker nennen das Abbildungspaar Paar ($\uparrow$r,$\downarrow$r) die durch r gegebene „**Galoisverbindung**" zwischen G und M. Wir benutzen hier, wie in [1], die „exponentielle" Abbildungsschreibweise, z.B. „$X^{\uparrow r}$" an Stelle von „$\uparrow$r(X)". Der Ausdruck „$X^{\uparrow r\downarrow r}$" zum Beispiel bedeutet, dass auf X ***zuerst*** die Abbildung $\uparrow$r und ***dann*** auf $X^{\uparrow r}$ die Abbildung $\downarrow$r angewendet wird. Außerdem impliziert die Schreibweise „$X^{\uparrow r}$", dass $X \subseteq G$ und $X^{\uparrow r} \subseteq M$ ist, wogegen die Schreibweise „$X^{\downarrow r}$" impliziert, dass $X \subseteq M$ und $X^{\downarrow r} \subseteq G$ ist.

2.2.1.2 F-Begriff und F-Begriffsverband

Nach der Idee, dass ein „Begriff“ sich auf eine Menge von „Gegenständen“ (**„Begriffs-Umfang“**) bezieht, die „unter den Begriff fallen“, und dass er andererseits durch gewisse „Merkmale“ (**„Begriffs-Inhalt“**) gekennzeichnet ist, die allen Gegenständen des Umfangs zukommen, ergibt sich in der FBA auf natürliche Weise eine einfache Definition dafür, was ein „formaler Begriff“ zur Relation r – kurz genannt **„F-Begriff“ im Kontext (G,M,r)** – sein soll.

Def.4.F-Begriff: Seien $A \subseteq G$, $B \subseteq M$. Das Paar (A,B) heißt ein **F-Begriff** im F-Kontext (G, M, r), genau dann wenn gilt: $\mathbf{A^{\uparrow r} = B}$ und $\mathbf{B^{\downarrow r} = A}$.
A heißt der „**Umfang**“, B der „**Inhalt**“ des F-Begriffs (A,B)

Es gilt: $A^{\uparrow r} = (\cup_{x \in A} \{x\})^{\uparrow r} = \cap_{x \in A} \{x\}^{\uparrow r}$, sowie $B^{\downarrow r} = (\cup_{y \in B} \{x\})^{\downarrow r} = \cap_{y \in B} \{y\}^{\downarrow r}$ [vgl.Abb.1]



F-Kontext (G, M, **r**)
Inzidenzrelation **r**:
dom(**r**) ={x∈G |∃y∈M: x**r**y}
range(**r**)={y∈M |∃x∈G: x**r**y}
x∈G ; Ableitungen von x:
$\{x\}^{\uparrow} = \{m \in M \mid x\mathbf{r}m\} \subset M$
$\{x\}^{\uparrow\downarrow} = \{g \in G \mid \forall y \in x^{\uparrow}: g\mathbf{r}y\} \subset G$
y∈M ; Ableitungen von y:
$\{y\}^{\downarrow} = \{x \in G \mid x\mathbf{r}y\} \subset G$
$\{y\}^{\downarrow\uparrow} = \{m \in M \mid \forall x \in y^{\downarrow} : x\mathbf{r}m\} \subset M$
($\{x\}^{\uparrow\downarrow}$, $\{x\}^{\uparrow}$) und **($\{y\}^{\downarrow}$, $\{y\}^{\downarrow\uparrow}$)** sind stets **F-Begriffe** des Kontextes (G,M,**r**).

Wenn die Relation **r** als konvexes Oval veranschaulicht wird, hilft das **„Drei-Ecken-Kriterium“**, F-Begriffe darin leicht zu skizzieren.

Abb.1: Veranschaulichung von „F-Begriff“ im Kontext (G, M, **r**)

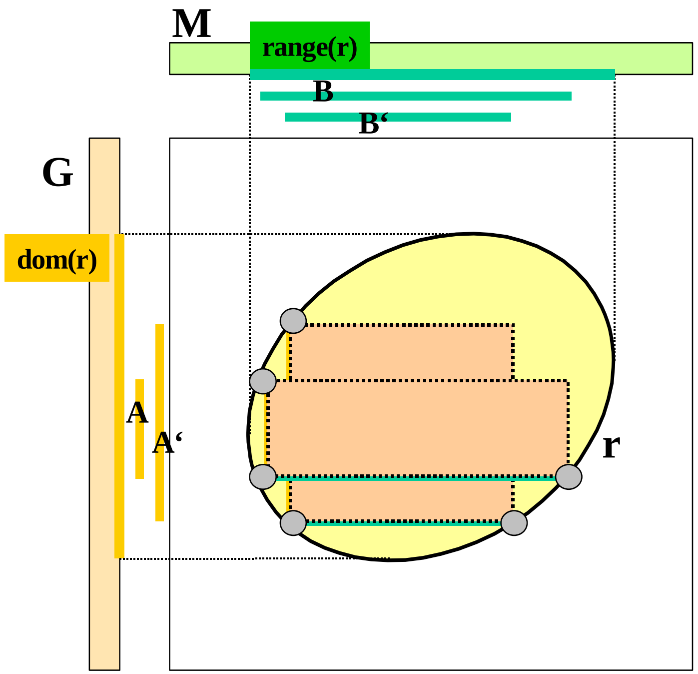
Anmerkung-1: Wichtig bei dieser Definition ist, dass ein ***F-Begriff*** sich stets auf den zugehörigen ***F-Kontext*** (G, M, r) bezieht. Das wird besonders relevant, wenn wir es später mit ***mehreren*** Relationen r, s, t,... auf ein und derselben Grundmenge **IN**:=G=M zu tun haben. „Ontologisch" entspricht dem die Einstellung, dass die Definition von „Begriffen" nur Sinn macht, wenn man sich zuvor über den „Kontext" und die damit gemeinte „Beziehungsart" klar geworden ist:

ERST der Kontext, DANN die Begriffe – NICHT umgekehrt!

Mit **B(r)** bezeichnen wir die Menge aller F-Begriffe des Kontextes (G,M,r). Wird auf B(r) eine **Halbordnung** $\leq_r$ eingeführt durch

$$\mathbf{(A,B) \leq_r (A',B') :\Leftrightarrow \ A \subseteq A' \ \Leftrightarrow B' \subseteq B}$$

in Worten:
„(A,B) ist **F-Unterbegriff** von (A',B')" / „(A',B') ist **F-Oberbegriff** von (A,B)", so ist nach dem Hauptsatz der FBA (B(r), $\leq_r$) ein **vollständiger Verband**, genannt der **F-Bergriffsverband** zum F-Kontext (G,M,r).



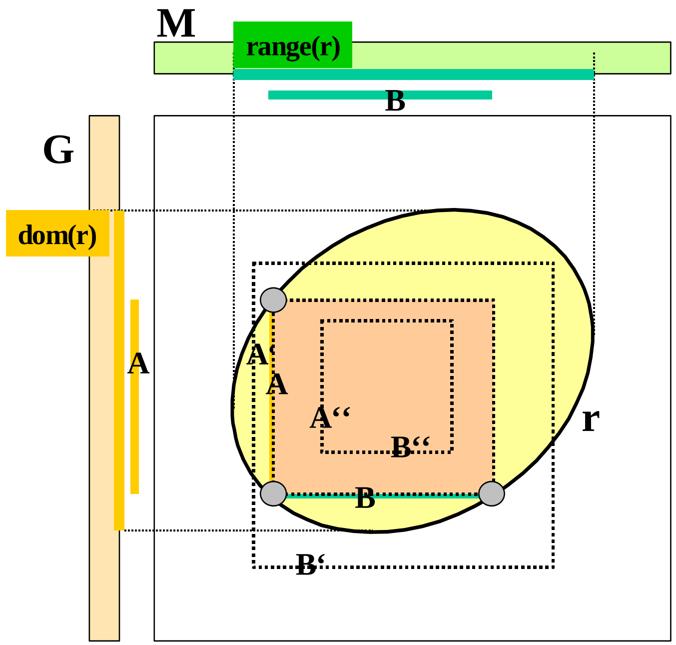
Veranschaulichung für „Unter- / Oberbegriff“ im F-Kontext (G, M, **r**).

(A,B) $<_r$ (A‘,B‘),
weil
A $\subset$ A‘ und B‘ $\subset$ B

(A,B) ist Unterbegriff von (A‘,B‘) im Kontext (G,M,r)

Abb.2: Veranschaulichung für „Unter-/Oberbegriff“ im Kontext (G, M, r)

Anmerkung-2: Die Definition für $\leq_r$ trifft ziemlich gut die intuitive Vorstellung von „Unter-“ / „Oberbegriff“: Der Unterbegriff ist „spezieller“ und hat daher weniger „Gegenstände“ im Umfang und mehr „Merkmale“ im Inhalt; der Oberbegriff ist „allgemeiner“ und hat daher mehr „Gegenstände“ im Umfang und weniger „Merkmale“ im Inhalt.
– Der „kleinste“ („speziellste“) Begriff des Kontextes hat alle Merkmale zum Inhalt aber möglicherweise keine oder nur wenige Gegenstände im Umfang. Der „größte“ („allgemeinste“) Begriff umfasst alle Gegenstände im Umfang, aber möglicherweise keine oder nur wenige Merkmale im Inhalt.



Veranschaulichung eines F-Begriffs zum F-Kontext (G, M, **r**) als **„extremales Rechteck“:**

AxB stellt einen F-Begriff zu r dar, weil $A^{\uparrow}$=B und $B^{\downarrow}$=A.

Jedes größere Rechteck A‘xB‘, AxB $\subset$ A‘xB‘, u. jedes kleinere Rechteck A‘‘xB‘‘, A‘‘xB‘‘$\subset$ AxB, stellt ***keinen*** F-Begriff zu r mehr dar.

Abb.3: Veranschaulichung eines F-Begriffs als „extremales“ Rechteck A×B.

Abb.3 gibt Anlass zu folgender geometrisch anschaulichen Sprechweise für F-Begriffe, die besonders dann nützlich wird, wenn wir es später mit mehreren Relationen r,s, ... auf derselben Grundmenge IN:=G=M zu tun haben:

Def.4.1: Sei (G,M,r) ein F-Kontext. Jedes kartesische Produkt $A \times B \subseteq G \times M$ bezeichnen wir als ein „*Rechteck*“ in der Kontexttabelle. Ein Rechteck $A \times B$ heiße „***extremal***“, wenn (A,B) ein **F-Begriff** des Kontextes ist. Das Rechteck $A \times B \subseteq r$ eines F-Begriffs (A,B) ist in dem Sinne *extremal*, dass jedes *echt* kleinere oder *echt* größere Rechteck ($X \times Y \subset A \times B$ oder $A \times B \subset X \times Y$) ***keinen*** F-Begriff im Kontext (G,M,r) mehr darstellt.

Das eben skizziderte „FBA-Konzept“ wenden wir nun bei unserer „Ontologie-Definition“ auf verschiedenen Abstraktions-ebenen immer wieder an.

3 Eine O-Definition auf FBA-Basis

Das bisher Zusammengetragene genügt für die Formulierung und Detaillierung der nun folgenden O-Definition.

3.1 Die Hauptkomponenten der O-Definition

Def.7: Als „**Ontologie**" bezeichne ich ein Tupel
O := (IN, REL, LEX, BEZ) mit folgenden Komponenten:

(1) **IN** sei eine **endliche** (nicht-leere) **Menge**, deren Elemente „**Instanzen"** heißen. **IN** ist die Grundmenge der Ontologie.

Anmerkung-1: Die x,y,...∈ **IN** sind zunächst einfach als *Variablen* auf einer noch ***ungedeuteten*** Grundmenge zu behandeln. Erst mit Hinzunahme der nächsten Komponente **REL** kommt „**Struktur**" in die Sache.

(2) **REL_0** sei eine **endliche Menge *zweistelliger*** Relationen auf IN, deren Elemente, $r \subset IN \times IN$, wir als die für O „***praktisch relevanten*** **IN-Relationen**“ bezeichnen. Die „triviale“ Relation $t := IN \times IN$ schließen wir aus. Für die weiteren Überlegungen erweist es sich als nützlich, REL_0 folgendermaßen zu einer Menge **REL** rekursiv zu ergänzen:

Def.7.1.REL:

(i) Alle $r \in REL_0$ sollen zu REL gehören: $REL_0 \subseteq REL$.

(ii) Gehören r und s zu REL ($r, s \in REL$), so soll auch $r \cap s$ zu REL gehören: $r \cap s \in REL$.

REL heiße die Menge der für die Ontologie „***mathematisch relevanten*** **IN-Relationen**“.

Die Namensmengen IN und REL seien zueinander „fremd“ gedacht, $IN \cap REL = \emptyset$.

Anmerkung-2 – nur binäre Relationen?: Aus den 2-stelligen IN-Relationen auf der Menge IN kann man mit logischen Operatoren und Quantoren formal **beliebig-stellige Relationen** herstellen. Unsere natürlichen Sprachen sind jedoch so komplex, dass es fraglich erscheint, ob jede spachliche Schilderung in dieser Weise auf nur binäre Relationen zurückführbar ist. Ein mathematischer Ansatz mit mehr als nur 2-stelligen Relationen steht z.B. in [7]: „*Power Context Families*".

Da wir aber hier nur das *Grundprinzip* mit einer mathematisch möglichst einfachen und trotzdem einigermaßen voll ausgebildeten O-Definition vorstellen wollen, beschränken wir uns auf **2-stellige** Basis-Relationen: ➔ die o.a. **„IN-Relationen"**.

(3) LEX :=LC∪LR sei eine **endliche Menge**, genannt: das „**Lexikon**", deren Elemente „**Symbole**" heißen mögen.

(4) BEZ :={bez_{LC}, bez_{LR}} hat zwei **Bezeichnugsrelationen** $bez_{LC} \subseteq LC \times C(IN)$, $bez_{LR} \subseteq LR \times \underline{REL}$, wobei C(IN) bzw. <u>REL</u> die Mengen der später noch abzuleitenden sog. „*IN-Begriffe*" bzw. der sog. „*C-Relationen*" sind.

Die Symbole des Lexikons sind als umgangssprachliche Elemente („Stichwörter" / „Schlagwörter") einer ***Fachsprache*** anzusehen, deren Struktur und Termini die Ontologie spezifizieren / präzisieren / vereinheitlichen / in Beziehung setzen soll. Die Symbole $x \in LC$ sind Bezeichner für die sog. IN-Begriffe $c \in C(IN)$, die $\sigma \in LR$ Bezeichner für die sog. C-Relationen $\underline{\mathbf{r}} \in \underline{REL}$.

Ein Symbol $\sigma \in LR$ z.B.mag mehrere Relationen $\underline{r}$, $\underline{s}$,...$\in \underline{REL}$ bezeichnen. Die $\underline{r}$,$\underline{s}$,... sind dann „**Homonyme**" von σ. Dieselbe Relation $\underline{r}$ mag aber auch von mehreren Symbolen ρ_1,ρ_1,... bezeichnet sein. Die ρ_1,ρ_1,... sind dann „**Synonyme**" von $\underline{r}$.

Im Gegensatz zu den Symbolen von LEX sind die Namen der C-Relationen und der IN-Begriffe als ***normiert*** und als ***systeminterne*** Elemente der Ontologie anzusehen.

Das Stück **(IN, REL)** nennen wir die „***Systeminterna***“; die Schnittstelle (**LEX, BEZ) | (IN, REL)** nennen wir „***Userschnittstelle***“ der Ontologie.

Anmerkung-3: Das „Lexikon“ **LEX** und die „**Userschnittstelle**“ sehe ich als notwendigen Teil einer jeden O-Definition an: Für die konsistente Kommunikation zwischen den Komponenten der *Systeminterna* **(IN, REL)** ist die *Namensnormierung* notwendig. In der Praxis aber ist eine strikte Namensnormierung selten. Letztendlich aber „***lebt***“ das realisierte O-System nur durch die Schnittstelle zum *menschlichen* ***User.*** Er muss bei seinen Eingaben für ihn verständliche (d.h. für ihn gebräuchliche) Ausdrücke benutzen können. Ebenso muss das O-System User-Anfragen in user-verständlichen Antworten ausgeben können. Gäbe es das „Lexikon“ und die „Userschnittstelle“ nicht, so wäre das gar nicht möglich, bzw. die Regeln, nach denen ein User mit dem O-System umgehen müsste, wären so ***benutzerunfreundlich***, dass das realisierte O-System schlicht „ausstirbt“, so „intelligent“ es auch gewesen sein mag.

Zunächst beschäftigen wir uns mit den „Systeminterna“ (IN, REL) und den daraus abgeleiteten Komponenten. Am Ende erst beschäftigen wir uns mit der „Userschnittstelle“
(LEX, BEZ) | (IN, REL).

3.2 Details zur O-Definition auf FBA-Basis

3.2.1 Die IN-Relationenmenge REL und ihre Halbordnung

Die Erweiterung der „praktisch relevanten“ IN-Relationenmenge REL_0 zur „mathematisch relevanten“, REL, erscheint mir vernünftig, denn warum sollte man den Fall ausschließen, dass ein Instanzenpaar (x,y) sowohl in einer IN-Relation r, als auch in einer anderen IN-Relation s stehen kann?

Beispiel: x:= „Darmstadt, y:= „Hessen“: „Darmstadt *liegt in* Hessen*“ / „*Darmstadt *ist eine Großstadt von* Hessen“; r:= *„...liegt in...“* und s:= *„...ist Großstadt von...“* sind offensichtlich unterschiedliche Relationen, in denen das Instanzenpaar (x,y) = (Darmstadt, Hessen) steht. Ist das der Fall, so steht (x,y) eben auch in der Relation $r \cap s$, und die sollte dann vernünftigerweise ebenfalls zu den IN-Relationen zählen.

Zu jeder IN-Relation $r \in$ REL gehören die beiden Instanzenbereiche

dom(r) **:= {x∈IN | ∃y∈IN: xry} ⊆ IN,** genannt: „***Gegenstands-bereich***“ oder „*Domain*“ oder „*Vorbereich*“ von r;

range(r) **:= {y∈IN | ∃x∈IN: xry} ⊆ IN,** genannt: „***Merkmals-bereich***“ oder „*Range*“ oder „Nachbereich“ von r.

(i) Vereinbarung:

(a) Zu jeder IN-Relation $r \in$ REL sei als ihr F-Kontext stets **K_r:=(IN, IN, r)** gewählt (und nicht etwa nur K=(dom(r), range(r), r)).

(b) Die Menge IN enthalte ein „**Dummy-Element**“ $d \in$ IN, das weder in dom(r) noch in range(r) vorkommt für alle $r \in$ REL. Somit gilt:

dom(r) ⊂ IN, **range(r) ⊂ IN** **für alle r∈REL**

Mit dieser Vereinbarung hat die Kontexttabelle (IN,IN,r) jeder IN-Relation r mindestens eine Leerzeile und mindestens eine Leer-spalte, denn $d^{\uparrow r} = \emptyset$ und $d^{\downarrow r} = \emptyset$ für alle $r \in$ REL. Das hat zur Folge, dass für ***jeden F-Begriffsverband <u>B</u>(r)*** das größte bzw. kleinste Element die Form $\mathbf{1}_r$ =(IN,∅) bzw. $\mathbf{0}_r$ =(∅,IN) hat und daher für alle $r \in$ REL ***gleich*** ist; wir können also die Indizes weglassen:

(i') **1** := (IN,∅) bzw. **0** := (∅, IN)

sind die EINS bzw. die NULL ***jedes*** F-Begriffsverbandes <u>B</u>(r) ($r \in$ REL).
Das vereinheitlicht später die Darstellung der Menge aller F-Begriffe der Systeminterna (IN, REL) der Ontologie [siehe Kap.3.2.2].

Anmerkung-1: Der Begriffsverband zur „trivialen“ Relation t:=IN×IN bestünde aus nur *einem* Element, das sowohl die EINS als auch die NULL wäre. Er ist aber nach Konstruktion von REL aus der Betrachtung ausgeschlossen.

Anmerkung-2: Die Bezeichnungen „Gegenstandsbereich“ für dom(r) und „Merkmalsbereich“ für range(r) orientieren sich am Sprachgebrauch der **FBA**. Sie sollen aber *keineswegs* dazu verleiten, dass man sich unter „Gegenständen“ *nur* solche Dinge wie Pkws, Häuser, Tassen, Tauben, Mikroben, oder: Darmstadt, Kenya, Obama, usw. ... vorstellen darf. Ebenso darf man sich unter „Merkmalen“ nicht *nur* Eigenschaften wie „mehr als 10 cm lang“, „ca. 30°C warm“, „ca. 10 Kg schwer“, „karmin-rot“, oder: „schön“, „schmerzhaft“, „philosophisch“ usw. ... vorstellen. Je nach Kontext und Relation, kann z.B. „Tasse“ auch als „Merkmal“ und „mehr als 10 cm lang“ auch als „Gegenstand“ herhalten. Der Grund dafür ist, dass FBA eben *nicht* (wie es in informatischen Ontologien bisher üblich ist, und was m.E. ihre Schwierigkeiten ausmacht) von „Begriffen“ ausgeht, sondern von **Relationen** bzw. ihren **Kontexten** auf einer ***an sich*** *erst mal ziemlich frei wählbaren Grundmenge* ***IN***. Und diese Position kann – davon bin ich überzeugt – Ausschnitte der menschlichen(!) „Wirklichkeit“ (--- kommt von „Wirken“ und NICHT von „Sein“! ---) viel realistischer modellieren.

Die endliche Menge REL war so konstruiert, dass mit $r,s \in REL$ auch $r \cap s \in REL$ ist. Es ist $r \cap s \subseteq r$ und $r \cap s \subseteq s$. Die Mengeninklusion $\subseteq$ konstituiert auf REL in natürlicher Weise eine Halbordnung**:**

(ii) **(REL, $\subseteq$) ist eine Halbordnung.**
Für r,s$\in$REL mit r$\not\subseteq$s und s$\not\subseteq$r sind r,s *unvergleichbar* im Sinne dieser Halbordnung. Mit einem Hilfssatz in [1]/S.9 zeigt man, dass (REL,$\subseteq$) ein **vollständiger Inf-Halbverband** ist, wobei für jede IN-Relationen-Teilmenge R$\subseteq$REL gilt:

(iii) infR = $\bigcap_{r\in R}$ **r =** $\bigcap$R**,** speziell: inf{r,s}= r$\wedge$s = r$\cap$s.
Das Infimum zweier IN-Relationen r,s$\in$REL ist also ihr Durchschnitt.

Gilt r$\cap$s=$\emptyset$ für r,s $\in$REL, so ist auch die leere Relation eine IN-Relation. Im F-Kontext (IN,IN,$\emptyset$) sind **1**=(IN,$\emptyset$), **0**=($\emptyset$,IN) die einzigen F-Begriffe.

Der Begriffsverband <u>B</u>($\emptyset$) besteht nur aus den zwei Elementen **1** und **0**. Er ist in allen anderen F-Begriffsverbänden <u>B</u>(r) enthalten.

Beachte: Nach Konstruktion von REL folgt aus r,s∈REL zwar r∩s∈REL, aber ***nicht*** notwendig r∪s∈REL.

Anmerkung: Dass die Relationenmenge in natürlicher Weise halbgeordnet ist, hat man meines Wissens in den konventionellen Ontologiedefinitionen noch nicht ausgenutzt. Es wird uns noch gute Dienste leisten.

3.2.2 Die F-Begriffsmenge F(REL) der Ontologie und ihre Halbordnung

Nach diesen Vorbereitungen ist es erst einmal naheliegend, was wir als **F-Begriffe *für die Systeminterna (IN, REL)*** der Ontologie nehmen.

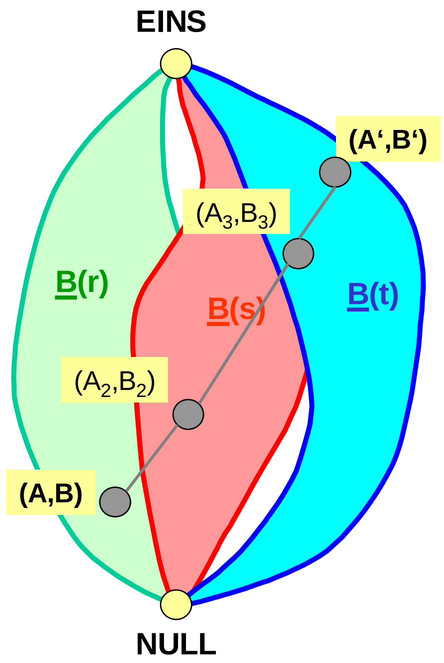
Def.8.F-Begriff: Ein Mengenpaar (A,B) mit A,B⊆IN heiße **F-Begriff der Ontologie**, wenn es eine IN-Relation r∈REL gibt mit (A,B)∈$\underline{B}$(r).

Mit **F(REL)** bezeichnen wir die Menge aller F-Begriffe der Ontologie. F(REL) ist nichts anderes, als die Vereinigung aller F-Begriffsverbände $\underline{B}(r)$ ($r \in REL$):

$$\mathbf{F(REL)} = \cup_{r \in REL}\ \underline{\mathbf{B}}\mathbf{(r)}.$$

Vereinbarungsgemäß soll der zu einem $r \in REL$ gehörige F-Kontext immer K_r := **(IN,IN,r)** sein. Er enthält stets Leerzeilen und Leerspalten, so dass für alle $r \in REL$ die F-Begriffsverbände $\underline{B}(r)$ *dieselbe* EINS (=**1**) und *dieselbe* NULL (=**0**) haben.

Veranschaulichung der Menge F(REL):
Stellt man die Elemente (A,B) der F-Begriffsverbände B(r) graphisch auf dem Papier als „Punkte“ dar, wobei im Fall $(A,B)<_r(A',B')$ der Punkt (A,B) ***niedriger*** als (A’,B’) zu legen ist, und jeder Punkt mit jedem oberen/unteren Nachbarpunkt durch eine Linie verbunden wird**,** so sieht man mit der Vereinbarung aus Kap.3.2.1/(i’): Das ganze Gebilde **F(REL)** stellt sich dar als ein **„*Bündel von Bananen*“** deren *obere* Enden in der EINS und deren *untere* Enden in der NULL verbunden sind [siehe Abb.4]. Jede „Banane“ stellt einen F-Begriffsverband dar. Die einzelnen „Bananen“ können sich darüber hinaus noch an anderen Stellen als EINS und NULL durchdringen.



Veranschaulichung: Die Halbordnung für
(F(REL), $\leq_F$) = B(r)∪B(s)∪B(t)
mit r, s, t ∈ REL.

Es gilt im Beispiel:
(A,B) $\leq_F$ (A‘,B‘),
d.h. **(A,B) ist Unterbegriff von (A‘,B‘),** weil
(A,B)$\leq_r$(A_2,B_2)$\leq_s$(A_3,B_3)$\leq_t$(A‘,B‘),
„Pfad“ von (A,B) nach (A‘,B‘) ist.
Dabei ist (A_2,B_2)∈B(r)∩B(s)
und (A_3,B_3)∈B(s)∩B(t).

Abb.4: Halbordnung (F(REL),$\leq_F$) als „Bananenbündel“.

Die eben geschilderte Veranschaulichung legt auch sofort nahe, wie man in natürlicher Weise eine **Halbordnung** „$\leq_F$“ auf F(REL) etabliert, so dass einerseits die Halbordnungen $\leq_r$ auf den Teilbereichen $B(r) \subseteq F(REL)$ *Teil-Halbordnungen* werden, und andererseits „$\leq_F$“ nicht zu beliebig wird.

Def.9: Seien (A,B), (A',B') F-Begriffe von F(REL). Wir definieren:

(A,B) $\leq_F$ (A',B') :$\Leftrightarrow$ es gibt eine Folge $r_1, ..., r_n \in$ REL und eine Folge $(A_2,B_2), ..., (A_n,B_n) \in$ F(REL), so dass $(A,B) \leq_{r_1} (A_2,B_2) \leq_{r_2} ... \leq_{r_{n-1}} (A_n,B_n) \leq_{r_n} (A',B')$ gilt.

Diese Folge nennen wir auch einfach einen „**Pfad**“ von (A,B) nach (A',B'). [vgl. Abb.4]

Die Relation $\leq_F$ ist in der Tat eine Halbordnung auf F(REL), da die $\leq_r$ Halbordnungen sind, und da die Mengeninklusion eine Halbordnung auf Pot(IN) ist. Def.9 ergibt:

Aus $(A,B) \leq_F (A',B')$ folgt

(iv) $A \subseteq A_2 \subseteq ... \subseteq A_n \subseteq A'$ und $B' \subseteq B_n \subseteq ... \subseteq B_2 \subseteq B$.

(v) Alle F-Begriffsverbände ($\underline{B}(r)$, $\leq_r$) ($r \in REL$) sind *Teilhalbordnungen* der Halbordnung (F(REL),$\leq_F$).

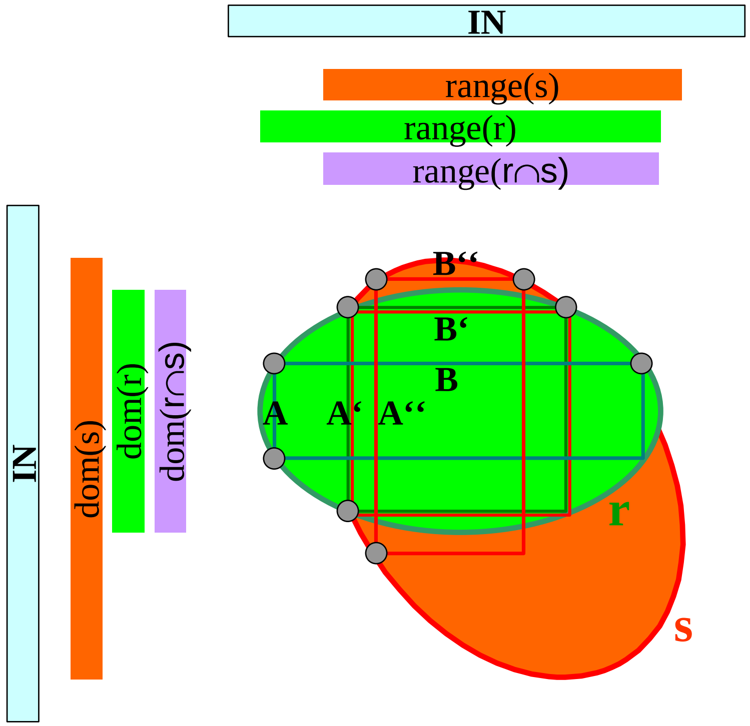
Anmerkung-1: Aus $A \subseteq A_2 \subseteq ... \subseteq A_n \subseteq A'$ u. $B' \subseteq B_n \subseteq ... \subseteq B_2 \subseteq B$ kann man umgekehrt i.allg. ***nicht*** auf $(A,B) \leq_F (A',B')$ schließen; d.h. die Halbordnung $\leq_F$ auf der F-Begriffsmenge F(REL) ist „***restriktiver***“ als eine nur mit der Mengeninklusion definierte Halbordnung!

Anmerkung-2: Wir hatten die IN-Relationenhalbordnung (REL, $\subseteq$) als einen vollständigen Inf-Halbverband erkannt. Die F-Begriffshalbordnung (F(REL), $\leq_F$) ist jedoch i.allg. nur eine Halbordnung aber ***kein*** vollständiger (Halb-)Verband, denn zu $(A,B) \in \underline{B}(r)$ und $(A',B') \in \underline{B}(s)$ $(r \neq s)$ braucht weder das Supremum $(A,B) \vee (A',B')$ noch das Infimum $(A,B) \wedge (A',B')$ in F(REL) zu existieren.

Mit der Def.9 ist das ursprüngliche *„Unterbegriff“ / „Oberbegriff“-Konzept* der einzelnen F-Begriffsverbände $\underline{B}(r)$ ($r \in REL$) voll auf die gesamte Halbordnung $(F(REL), \leq_F)$ der F-Begriffe der Ontologie übertragen.

Abb.5 zeigt eine Veranschaulichung für $\leq_F$, also für „Unter- / Ober-F-Begriff“, im Kontext-Schema, bei der die IN-Relationen r und s als konvexe ebene Figuren dargestellt sind.

Wie in Abb.1 ist auch hier das „Drei-Ecken-Kriterium“ wichtig: Der F-Begriff (X,Y) gehört einer IN-Relation t, g.d. wenn sein „Rechteck“ $X \times Y$ ganz in der Figur t liegt und (mindestens) *drei* seiner Ecken auf dem Rand der Figur t liegen.



Veranschaulichung:

Aus

(A,B) $<_r$ (A‘,B‘)

und

(A‘,B‘) $<_s$ (A‘‘,B‘‘)

folgt

(A,B) $<_F$ (A‘‘,B‘‘),

d.h.

(A,B) ist Unter-F-Begriff von (A‘‘,B‘‘).

Ferner:

$\underline{B}(r)\cap\underline{B}(s) \subseteq \underline{B}(r\cap s)$,

aber i.allg.

$\underline{B}(r)\cap\underline{B}(s) \neq \underline{B}(r\cap s)$

Abb.5: Veranschaulichung der Halbordnung $\leq_F$ im Kontext-Schema für F(REL)

3.2.3 Der F-Compound-Kontext der Ontologie

Nun können wir ***das ganze Stück (IN, REL)*** der ***Systeminterna*** der Ontologie von der Instanzenmenge IN „abkoppeln“ und es mit ***einem*** *formalen Kontext* beschreiben, wir nennen ihn *den* **„F-Compound-Kontext“ der Ontologie**.

(vii) $\mathbf{K_F := (F(REL), REL, i),}$

wobei die Inzidenzrelation **i** definiert ist durch

(viii) $\mathbf{((A,B), r) \in i \; :\Leftrightarrow \; (A,B) \in \underline{B}(r)}$ für alle $(A,B) \in F(REL)$, $r \in REL$.

Die „**Gegenstände**“ von K_F sind die F-Begriffe, die „**Merkmale**“ die IN-Relationen. So, wie F(REL) in Def.8 definiert war, gilt

(ix) dom(**i**) = F(REL) und range(**i**) = REL.

Die *formalen Begriffe* des Kontextes K_F nennen wir nicht „F-Begriffe“, denn dieses Wort ist schon zu sehr überlastet, sondern wir erfinden einen anderen Namen:

Def.10.F-Compound: Ein Paar (F, R) gebildet aus einer F-Begriffs-Teilmenge $F \subseteq F(REL)$ und einer IN-Relationen-Teilmenge $R \subseteq REL$ heiße ein „**F-Compound**“ des Kontextes (F(REL), REL, **i**), genau dann wenn gilt

(xvi) $\mathbf{F^{\uparrow i} = R}$ *und* $\mathbf{R^{\downarrow i} = F}$

F heiße der **Umfang** des F-Compounds, und die F-Begriffe $(A,B) \in F$ mögen „F-Compound-Gegenstände“ heißen. R heiße der **Inhalt** des F-Compounds, und die IN-Relationen $r \in R$ mögen „F-Compound-Merkmale“ heißen.

Für jeden F-Compound (F,R) gilt:

(xvi') $F = \bigcap_{r\in R} \underline{B}(r)$ d.h.: der Compoundumfang ist der Durchschnitt aller F-Begriffs-verbände, deren IN-Relationen zum Compoundinhalt gehören

$= \{(A,B)\in F(REL) \mid R \subseteq \{(A,B)\}^{\uparrow i}\}$; d.i. die Menge aller F-Begriffe, deren Merkmalzeilen den Compoundinhalt R enthalten.

(xvi'') $R = \bigcap_{(A,B)\in F}\{(A,B)\}^{\uparrow i}$ d.h.: der Compoundinhalt ist der Durchschnitt der Merk-malzeilen aller F-Begriffe des Compoundumfanges

$= \{r\in REL \mid F \subseteq \underline{B}(r)\}$; d.i. die Menge aller IN-Relationen, deren F-Begriffs-verbände den Compoundumfang F enthalten.

Anmerkung: „Begriffe“ sind „Begriffe von Instanzen“, während Compounds sozusagen „Superbegriffe“, also „Begriffe von Begriffen“ sind. Die Compoundidee hat man in den konventionellen Ontologien wohl noch nicht für die Strukturierung ausgenutzt.

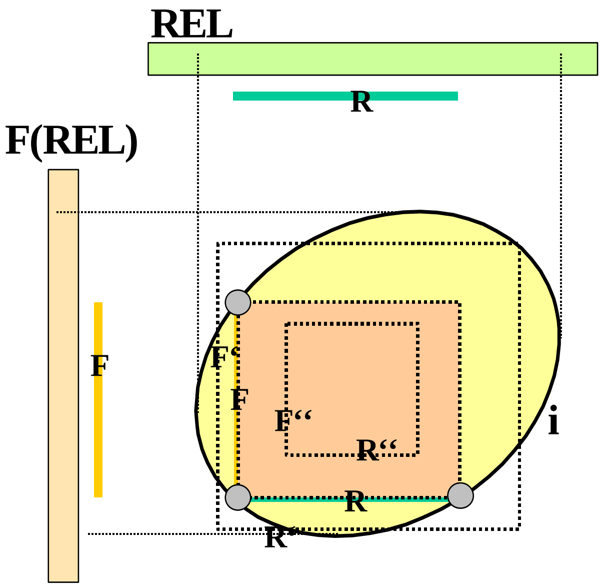
Die Menge aller F-Compounds des Kontextes K_F heiße der „**F-Compoundverband**" der Ontologie; sie sei mit $\underline{\mathcal{B}}(\mathbf{i})$ notiert. Auf $\underline{\mathcal{B}}(\mathbf{i})$ wird gemäß FBA eine Halbordnung $\leq_\mathbf{i}$ definiert durch

$$\mathbf{(F,R) \leq_i (F',R') \;:\Leftrightarrow\; F \subseteq F' \;\Leftrightarrow\; R' \subseteq R.}$$

Nach dem FBA-Hauptsatz ist $(\underline{\mathcal{B}}(\mathbf{i}), \leq_\mathbf{i})$ ein **vollständiger Verband**.

Mit der Hilfsdefinition 4.1 für „Rechteck" bekommt man eine gewisse Vorstellung von dem, was ein „F-Compound" des Kontextes K_F ist:

(xvii) Ein F-Compound (F,R) stellt sich in der Kontexttabelle von (F(REL),REL,**i**) dar als ein *extremales Rechteck* $F \times R \subseteq \mathbf{i}$; es ist *extremal* in dem Sinne, dass jedes echt kleinere oder echt größere Rechteck ($F' \times R' \subset F \times R$ oder $F \times R \subset F' \times R'$) ***keinen*** F-Compound von K_F mehr darstellt.

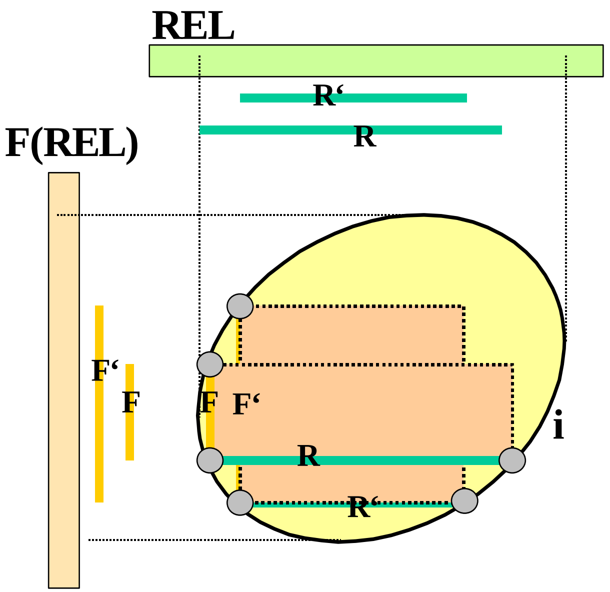


Veranschaulichung eines
F-Compounds (F,R) im
F-Compound-Kontext
(F(REL), REL), **i**)
als **„extremales Rechteck“:**

FxR stellt einen C-Compound dar, weil $F^{\uparrow i}=R$ und $R^{\downarrow i}=F$.

Jedes größere Rechteck F‘xR‘,
$F \times R \subset F' \times R'$,
u. jedes kleinere Rechteck
F‘‘xR‘‘,
$F'' \times R'' \subset F \times R$,
stellt *keinen* F-Compound mehr dar.

Abb.6: Veranschaulichung eines F-Compounds als „extremales“ Rechteck F×R.



Veranschaulichung der **Halbordnunung ≤i** im F-Compound-Kontext (F(REL), REL), **i**):

(F,R) <i (F‘,R‘),
d.h.
(F,R) ist Unter-F-Compound von (F‘,R‘),
weil
F⊂ F‘ und R‘⊂ R

Abb.7: Veranschaulichung „Unter- / Ober-F-Compound“ im F-Compound-Kotext.

Da nach Def.7.1 auch die Durchschnitte (Infima) von IN-Relationen selbst IN-Relationen sind, folgt für jeden Compound (F,R) noch

(xvii) $F \subseteq \underline{B}(\cap R) = \underline{B}(\mathrm{inf}R)$ d.h.: Der Compoundumfang ist im F-Begriffsverband des Infimums des Compoundinhalts enthalten. (Gleichheit, F=B(infR), gilt i.allg. *nicht, da* wir *nicht* B(r)∩B(s)=B(r∩s) voraussetzen können.)

Die letzte Formel besagt, dass für einen F-Compound (F,R) alle F-Begriffe des Compoundumfangs F aus nur ***einem*** F-Bergiffsverband, nämlich aus $\underline{B}(\mathrm{inf}R)$, stammen. Die Halbordnung $\leq_{\mathrm{infR}}$ von $\underline{B}(\mathrm{inf}R)$ überträgt sich auf F. Damit ergibt sich:

(xviii) In jedem F-Compound (F,R) ist der Compoundumfang F durch $\leq_{\mathrm{infR}}$ halbgeordnet. $(F,\leq_{\mathrm{infR}})$ ist *Teil-Halbordnung* von $(F(REL),\leq_F)$.

Nun kommen wir auf das zurück, was in den konventionellen O-Definitionen als „Begriff“ bezeichnet wird.

3.3 Die IN-Begriffsmenge der Ontologie und ihre Halbordnung

In den mir bekannten O-Definitionen der Informatiker werden „Begriffe“ *nicht* – wie in FBA – als Paare von Instanzenmengen, sondern als *Teilmengen der Instanzenmenge* **IN** *selbst* aufgefasst. Auch das können wir mit dem FBA-Konzept leicht nachvollziehen.

3.3.1 IN-Begriff

Def.11.IN-Begriff: Eine Teilmenge $X \subseteq IN$ heiße ein **IN-Begriff** der Onologie, wenn X der *Umfang* oder der *Inhalt* eines F-Begriffs, ist. Die Menge aller IN-Begriffe definieren wir daher so:

$$C(IN) := \{X \in Pot(IN) \mid X \text{ ist Umfang oder Inhalt eines F-Begriffs}\}.$$

Die IN-Begriffsmenge C(IN) ist damit in einem O-Schema ***kein*** eigenständiges Gebilde (wie das in den O-Definitionen der Informatiker erscheint), sondern sie ist aus dem Stück (IN, REL) der Systeminterna der Ontologie, ***abgeleitet***.

Sprechweise: Einen IN-Begriff X nennen wir einen **„Gegenstands-begriff“**, wenn X der Umfang eines F-Begriffs ist. X heiße dagegen ein **„Merkmalsbegriff“**, wenn X der Inhalt eines F-Begriffs ist.

Anmerkung: Wie schon betont, sind, gemäß FBA-Terminologie, „Gegenstand“ und „Merkmal“ *keine absolut gemeinten Termini*, sondern das hängt von der zugrunde gelegten ***Relation*** ab. Dasselbe $X \in C(IN)$ kann einmal als „Gegenstandsbegriff“, ein andermal als „Merkmalsbegriff“ herhalten. Die in konventionellen O-Definitionen zu findende „Unsymmetrie“, bei der „Gegenstandsbegriffe“ gegenüber deren sogenannten „Attributen“ grundsätzlich ein „höheres Gewicht“ bekommen – vgl. etwa [12] – fällt mit dem FBA-Konzept weg. „Gegenstandsbegriffe“ werden hier „genau so“ behandelt wie „Attributbegriffe“ / „Merkmalbegriffe“.

3.3.2 Die Halbordnung („Taxonomie“) auf der IN-Begriffsmenge

Die Halbordnung auf C(IN) leiten wir aus der Halbordnung $\leq_F$ auf F(REL) in natürlicher Weise ab und bezeichnen sie mit „$\leq_C$“:

Def.12.Halbordnung auf C(IN): Seien X, Y $\in$ C(IN).

(iii) $X \leq_C Y :\Leftrightarrow \begin{cases} (X,X^{\uparrow r}) \leq_F (Y,Y^{\uparrow s}) & \text{falls es } r,s\in REL \text{ gibt mit } (X,X^{\uparrow r}), (Y,Y^{\uparrow s}) \in F(REL) \text{ ; d.h.: falls X und Y beides F-Begriffs}\textit{umfänge} \text{ sind;} \\ (Y^{\downarrow r},Y) \leq_F (X^{\downarrow s},X) & \text{falls es } r,s\in REL \text{ gibt mit } (X^{\downarrow r},X), (Y^{\downarrow s},Y)\in F(REL)\text{; d.h.: falls X und Y beides F-Begriffs}\textit{inhalte} \text{ sind.} \end{cases}$

In Worten:
„X ist **Unter-IN-Begiff** von Y“ / „Y ist **Ober-IN-Begriff** von X“
Die Definition ist so gewählt, dass aus $X \leq_C Y$ stets $X \subseteq Y$ folgt.

Die Halbordnung $\leq_C$ ist aber „**restriktiver**“ als die pure Mengeninklusion: aus $X \subseteq Y$ muss nicht immer $X \leq_C Y$ folgen: sie sind z.B $\leq_C$-unvergleichbar, wenn alle F-Begriffe mit Umfang (Inhalt) X $\leq_F$-unvergleichbar zu allen F-Begriffen mit Umfang (Inhalt) Y sind.

Informatiker nennen die strikte Form $<_C$ der Halbordnung auf der IN-Begriffsmenge eine „**Taxonomie**“ und bezeichnen sie oft mit H.

Anmerkung: Ausgehend vom FBA-Konzept braucht man jedenfalls für die Festlegung der Halbordnung (**„Taxonomie“ H**) keine „Klimmzüge“ zu veranstalten: Sie fällt nicht vom Himmel wie bei den Informatikern, sondern sie ergibt sich sozusagen „von selbst“ durch die Ableitung der Mengen F(REL), C(IN) aus den O-System-Interna (IN, REL).

Das FBA-Konzept deckt den strukturellen Zusammenhang zwischen der **„Taxonomie H“** (Halbordnung $\leq_C$) auf der **IN-Begriffsmenge** und der Menge der **IN-Relationen** – damit auch der gleich zu definierenden **C-Relationen** – auf. Ein solcher Zusammenhang ist in den mir bekannten O-Schema-Definitionen der Informatiker nicht zu finden!

3.3.3 C-Relationen

Beim O-Schema der Informatiker geht man von Relationen ***auf der Begriffsmenge*** (und nicht auf der Instanzenmenge) aus. Auch das können wir mit dem FBA-Konzept leicht nachvollziehen, wenn wir als Begriffsmenge die ***IN-Begriffsmenge C(IN)*** nehmen.

Def.13.C-Relationen: Aus jeder IN-Relation $r \in REL$, leiten wir eine sogenannte **„C-Relation"** $\underline{\mathbf{r}} \subseteq C(IN) \times C(IN)$ ab durch die Definition

(iv) $A\underline{\mathbf{r}}B \;:\Leftrightarrow\; (A,B) \in \underline{B}(r)$ (für $A,B \in C(IN)$)

Ein Paar (A,B) von IN-Begriffen steht also in der C-Relation **r** genau dann, wenn A der *Umfang* und B der *Inhalt* desselben F-Begriffs zur IN-Relation $r \in REL$ ist.

Dies besagt nichts anderes, als dass **<u>r</u>** – extensiv als Teilmenge von $C(IN)\times C(IN)$ aufgefasst – mit dem zu r gehörigen F-Begriffsverband <u>B</u>(r) identisch ist:

(v) $\underline{\mathbf{r}} = \underline{B}(r) = r^{\downarrow i}$. (**i** war die Inzidenzrelation des F-Compoundkontextes K_F)

Da die Operationen $\uparrow$r und $\downarrow$r ***Abbildungen*** („Funktionen“) sind, gilt:

(vi) aus $X\underline{\mathbf{r}}Y_1$ und $X\underline{\mathbf{r}}Y_2$ folgt $Y_1=Y_2$; sowie:
aus $X_1\underline{\mathbf{r}}Y$ und $X_2\underline{\mathbf{r}}Y$ folgt $X_1=X_2$

d.h. zu *gegebenem*(!) **<u>r</u>** bestimmt der Umfang eines F-Begriffs seinen Inhalt *eindeutig*; und umgekehrt. Andererseits kann es aber durchaus zwei verschiedene C-Relationen **<u>r</u>**, **<u>s</u>** geben mit $X\underline{\mathbf{r}}Y$ ***und*** $X\underline{\mathbf{s}}Y$!

Aus (v) folgt damit

(viii) $\bigcup_{r\in REL} \underline{\mathbf{r}}$ = F(REL) = Menge aller F-Begriffe der Ontologie.

Die Menge der 2-stelligen Relationen auf der „Begriffsmenge“, welche die Informatiker meinen, ist damit die Menge aller **C-Relationen** auf C(IN), also die *Menge* aller F-Begriffsverbände $\underline{B}$(r) mit $r\in$ REL:

(ix) $\underline{REL} := \{\underline{\mathbf{r}} \mid r\in REL\} = \{\underline{B}(r) \mid r\in REL\}$.

Die binären C-Relationen auf der IN-*Begriffs*menge fallen also ebenfalls ***nicht*** vom Himmel wie bei den Informatikern, sondern sie sind aus der Struktur (IN,REL) der Systemintena ***abgeleitet.***

3.3.4 Die Halbordnung auf der Menge der C-Relationen

Auf der Menge $\underline{\mathrm{REL}}$ der C-Relationen kann man in natürlicher Weise eine **Halbordnung** einführen durch

(x) $\quad \underline{\mathbf{r}} \leq_{\underline{R}} \underline{\mathbf{s}} \;:\Leftrightarrow\; \underline{\mathbf{r}}=\underline{B}(r)$ ist vollständiger Teilverband von $\underline{\mathbf{s}}=\underline{B}(s)$

[vgl. Kap.2.2.3/Def.3]

Da in der Bezeichnung „$\underline{B}(t)$“ ($t\in$ REL) bereits die Bedingung steckt, dass $\underline{B}(t)$ der vollständige F-Begriffsverband der IN-Relation t sei, kann man die Mengeninklusion $\subseteq$ auf $\underline{\mathrm{REL}}$ mit $\leq_R$ identifizieren:

$$\underline{\mathbf{r}}\leq_{\underline{R}} \underline{\mathbf{s}} \Leftrightarrow \underline{\mathbf{r}}\subseteq\underline{\mathbf{s}} \Leftrightarrow \underline{B}(r)\subseteq\underline{B}(s).$$

Da mit $\underline{\mathbf{r}}, \underline{\mathbf{s}}\in\underline{\mathrm{REL}}$ der Durchschnitt $\underline{\mathbf{r}}\cap\underline{\mathbf{s}}=\underline{B}(r)\cap\underline{B}(s)$ i. allg. *kein* vollständiger F-Begriffsverband ist, sondern nur $\underline{B}(r)\cap\underline{B}(s)\subseteq\underline{B}(r\cap s)$ gilt, ist $(\underline{\mathrm{REL}}, \leq_{\underline{R}})$ nur eine Halbordnung aber kein Inf-Halbverband. (Die natürliche Halbordnung $\leq_{\underline{R}}$ wird in den mir bekannten „O-Definitionen“ der Informatiker nie ausgenutzt.)

3.3.5 Der C-Compound-Kontext der Ontologie

Nun können wir das ganze Stück (C(IN), <u>REL</u>) des O-Schemas einer Ontologie von der Instanzenmenge „abkoppeln" und es mit <u>***einem***</u> formalen Kontext, genannt: **„C-Compound-Kontext"** der Ontologie, beschreiben:

(xi) $\mathbf{K_C := (G(}\mathrm{REL}\mathbf{), M(}\mathrm{REL}\mathbf{), j),}$

wobei die Inzidenzrelation **j** definiert ist durch

(xii) $\mathbf{(A,B)} \in \mathbf{j} \;\mathbf{:}\Leftrightarrow\; \mathbf{(A,B)} \in \mathbf{F(REL)}$ für $A,B \in C(IN)$, und

(xii') $\mathbf{G}(\mathrm{REL}) := \mathrm{dom}(\mathbf{j}) = \{X \in \mathrm{Pot(IN)} \mid X \text{ ist Umfang eines F-Begriffs}\}$,

(xii'') $\mathbf{M}(\mathrm{REL}) := \mathrm{range}(\mathbf{j}) = \{Y \in \mathrm{Pot(IN)} \mid Y \text{ ist Inhalt eines F-Begriffs}\}$.

Es ist **G**(REL)∪**M**(REL) = C(IN). Die X∈**G**(REL) mögen **„Gegenstands-IN-Begriffe“**, die Y∈**M**(REL) **„Merkmal-IN-Begriffe“** heißen. **G**(REL)∩**M**(REL) ist nicht leer, wenn es IN-Relationen r,s∈REL gibt, so dass dasselbe X∈C(IN) zugleich Umfang eine F-Begriffs von B(r) und Inhalt eines F-Begriffs von B(s) ist.

Die Inzidenzrelation **j**, extensiv als Menge aufgefasst, ist nichts anderes als die Menge F(REL) der F-Begriffe der Ontologie,
(xiii) **j = F(REL).**

Das Abbildungspaar (↑j, ↓j) sei wieder die durch die Inzidenzrelation **j** gegebene *Galoisverbindung* zwischen G(REL) und M(REL).

Die *formalen Begriffe* des Kontextes K_C nennen wir nicht „F-Begriffe“, denn dieses Wort ist schon zu sehr überlastet, sondern wir benutzen wieder die „Compound“-Bezeichnung.

Def.14.C-Compound: Ein Paar (C,D) mit C$\subseteq$**G**(REL), D $\subseteq$**M**(REL) heiße ein **C-Compound** des Kontextes genau dann, wenn
(xvi) $\mathbf{C^{\uparrow j} = D}$ *und* $\mathbf{D^{\downarrow j} = C}$ ausfällt.

C heiße der **Umfang,** D der **Inhalt** des C-Compounds, und die IN-Begriffe A$\in$C mögen „C-Compound-Gegenstände“, die IN-Begriffe B$\in$D „C-Compound-Merkmale“ heißen.

Für einen C-Compound (C,D) gilt:

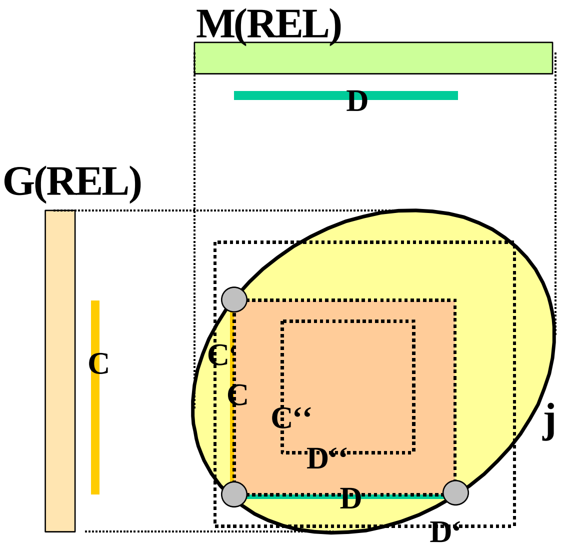
(xvi’) $D = \cap_{X\in C}\{X\}^{\uparrow j} = C^{\uparrow j} =$ Durchschnitt aller Merkmalzeilen, deren IN-Begriffe zu C gehören. Ein Y gehört zu $C^{\uparrow j}$, gdw. Y mit *allen* X$\in$C F-Begriffe (X,Y) bildet.

$C = \cap_{Y\in D}\{Y\}^{\downarrow j} = D^{\downarrow j} =$ Durchschnitt aller Gegenstandsspalten, deren IN-Begriffe zu D gehören. Ein X gehört zu $D^{\downarrow j}$, gdw. X mit *allen* Y$\in$D F-Begriffe (X,Y) bildet.

Mit der Hilfsdefinition 4.1 für „Rechteck“ bekommt man eine gewisse Vorstellung von dem, was ein „C-Compound“ des Kontextes K_C ist:

(xvii’) Ein C-Compound (C,D) stellt sich in der Kontexttabelle von K_C dar als ein *extremales Rechteck* $C \times D \subseteq \mathbf{j}$; es ist „*extremal*“ in dem Sinne, dass jedes echt kleinere oder echt größere Rechteck ($C' \times D' \subset C \times D$ oder $C \times D \subset C' \times D'$) ***keinen*** C-Compound von K_C mehr darstellt. Vgl. Abb.8.

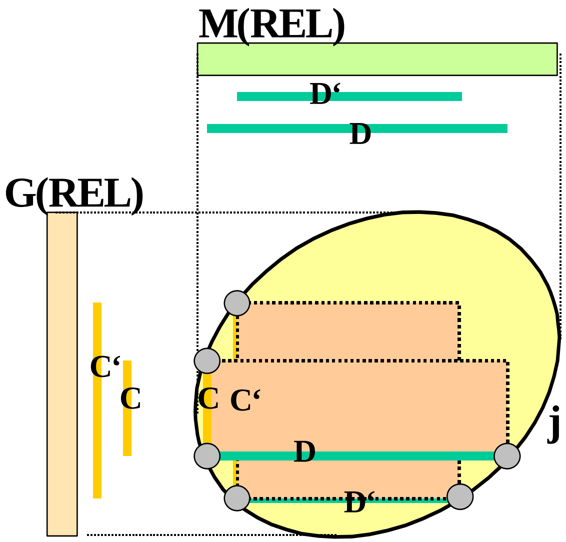
Die Menge $\underline{\mathcal{B}}(\mathbf{j})$ aller C-Compounds heiße der „**C-Compoundverband**“ der Ontologie. Wird auf $\underline{\mathcal{B}}(\mathbf{j})$ gemäß FBA eine Halbordnung $\leq_j$ definiert durch $(C,D) \leq_j (C',D') :\Leftrightarrow C \subseteq C' \Leftrightarrow D' \subseteq D$ [vgl.Abb.9], so ist $(\underline{\mathcal{B}}(\mathbf{j}), \leq_j)$ nach dem Hauptsatz der FBA ein **vollständiger Verband**.



Veranschaulichung eines C-Compounds (C,D) im **C-Compoundkontext** (G(REL), M(REL), **j**) als **„extremales Rechteck“:**

CxD stellt einen C-Compound dar, weil $C^{\uparrow j}$ =D und $D^{\downarrow j}$ =C.
Jedes größere Rechteck C‘xD‘, CxD $\subset$ C‘xD‘,
u. jedes kleinere Rechteck C‘‘xD‘‘,
C‘‘xD‘‘$\subset$ CxD,
stellt *keinen* C-Compound mehr dar.

Abb.8: Veranschaulichung eines C-Compounds als „extremales“ Rechteck C×D.



Veranschaulichung der **Halbordnunung ≤j** im C-Compound-Kontext (G(REL), M(REL), **j**):

(C,D) <j (C‘,D‘),
d.h.
(C,D) ist Unter-C-Compound von (C‘,D‘),
weil
C⊂ C‘ und D‘⊂ D

Abb.9: Veranschaulichung „Unter- / Ober-C-Compound“ im C-Compound-Kontext.

Man sieht: Die IN-Begriffsmenge C(IN) der Ontologie ist nicht nur in natürlicher Wiese durch die „**Taxonomie**“ $\leq_C$ halbgeordnet, sondern sie ist auch noch in natürlicher Weise „gestuft“ in „Superbegriffe“ (F-Begriffe aus IN-Begriffen), die hier ***„C-Compounds“*** genannt worden sind.

Eine solche „Stufung“ gibt, meine ich, einen Hinweis auf die Vernetzung von „Begriffen“. Sie hat in unserem O-Modell darüber hinaus selbst eine sehr einfache Struktur, nämlich die eines **vollständigen Verbandes.**

Der hier aufgedeckte *Zusammenhang* zwischen der Menge C(IN) der „***Begriffe***“, der „***Taxonomie***“ auf C(IN) und der Menge <u>REL</u> der ***Relationen*** auf C(IN) ist aus in den mir bekannten O-Definitionen der Informatiker nicht ersichtlich.

Der praktische Nutzen der „Compoundidee“ müsste allerdings noch weiter untersucht werden.

3.3.6 Die Tücken der Umgangssprache (&&&skip)

Die Strukturaussage (vi) hat folgende ***praktische Konsequenz***: Im O-Schema (C(IN), REL) behandelt man sowohl C(IN) als auch REL als ***Namensmengen***. Zum Beispiel laute eine C-Relation
r:= „... *liegt in* ...“; die Aussageform A**r**B lautet dann „A *liegt in* B“.

Im O-Schema ist nun diese Aussageform durch geeignete Gegenstands- und Merkmals-IN-Begriffe in eine *O-Schema-Aussage* umzuwandeln. Ist z.B. A:= „STADT“ ein geeigneter Gegenstands-IN-Begriff zu **r**, so ist die Aussageform „STADT *liegt in* B“ durch einen geeigneten Merkmals-IN-Begriff B zu ergänzen; zum Beispiel bietet sich B:= „LAND“ an, und man bekommt als O-Schema-Aussage:
„STADT *liegt in* LAND“.

Gemäß (vi) wäre es nun falsch, hier noch nach einem weiteren Merkmals-IN-Begriff für B zu suchen. Würde man etwa noch B':= „REGION“ auswählen und sowohl „STADT *liegt in* LAND“ als auch „STADT *liegt_in* REGION“ ins O-Schema aufnehmen, so hätte man einen ***logischen Fehler*** gemacht. Dieser Fehler tritt leicht auf, wenn man sich der Struktur des O-Shemas (C(IN), REL) nicht bewusst ist. Mit „LAND“ und „REGION“ seien unterschiedliche ($\leq_C$-unvergleichbare) IN-Begriffe gemeint. Benötigt man sie *beide* im O-Schema, so muss man dann entweder „STADT“ durch zwei andere Begriffsnamen ersetzen, wenn man **r** := „... *liegt in* ...“ beibehalten will; oder man bleibt bei „STADT“, muss dann aber **r** durch *zwei* unterschiedliche C-Relationennamen ersetzen.

Sei nun A**r**B :⇔ „STADT *liegt in* REGION“ eine akzeptierte O-Schemaaussage. Sollte etwa A=„STADT“ noch einen C-Unterbegriff(!) A’:= „KleinSTADT“ – und entsprechend „REGION“ noch einen C-Oberbegriff(!) B’:= „LandREGION“ – haben, so dass mit (A,B) auch (A’,B’)∈B(r) gilt, so ist A’**r**B’ ⇔ „KleinSTADT *liegt in* LandREGION“ eine weitere O-Schema-Aussage zur *selben* C-Relation **r**.

Achtung! Hier kann die ***Umgangssprache*** uns einen Streich spielen, den man ohne „FBA“ ggf. nicht bemerkt: Dass A’= „KleinSTADT“ C-Unterbegriff von A=„STADT“ ist, akzeptiert man wohl, denn A und A’ sind Gegestandsmengen, und es gibt in einem Land weniger Kleinstädte als (allgemein) Städte. Dass aber dann B’ = „LandREGION“ C-***Ober***begriff von B = „LAND“ sein muss, sieht man erst wegen (A’,B’)$\leq_r$(A,B) ein: „LandREGION“, „LAND“, „REGION“ sind bzgl. r ***Merkmals-*** und keine Gegenstandsmengen: „LandREGION“ hat zusätzlich zu den Merkmalen von „REGION“ noch das Merkmal, dass dort nur Kleinstädte drin liegen. Also ist „LandREGION“ hier ein *C-Oberbegriff* von „REGION“ (und kein C-Unterbegriff).

3.3.7 Anmerkung zur sog. „Instanziierung“

Den Übergang von einer C-Relation **r**=B(r) zu ihrer IN-Relation r nennt man in der Informatik eine „*Instanziierung*“. Entsprechend nennt man den Übergang von einer O-Schema-Aussage A**r**B (A,B∈C(IN), **r**∈REL) zu einer ihrer Aussagen xry (x∈A, y∈B, r∈REL) eine „*Instanziierung*“.

Beispiel (wie oben) für Instanziierung: Eine der C-Relationen sei **r**:= „...*liegt in*...“; bei Instanziierung heiße die entsprechende IN-Relation r:= „...*liegt_in*...“; der Begriff `GroßSTADT :=` {Darmstadt, Frankfurt, Nürnberg, Stuttgart, Köln, Berlin, Dresden,...} umfasse alle Großstädte Deutschlands mit mehr als 100.000 Ew., der Begriff `LAND` := {Hessen, Baden-Württemberg, Bayern, Rheinland-Pfalz, Sachsen,...} umfasse alle Bundesländer Deutschlands. Eine mögliche Instanziierungen der O-Schema-Aussage „`GroßSTADT` *liegt in* `LAND`“ ist dann die Aussage „Darmstadt *liegt_in* Hessen“.

3.4 Die Userschnittstelle der Ontologie

In einer Ontologie muss buchgeführt werden über die **umgangs- oder fachsprachlichen Ausdrücke**, die in der **Praxis** für systeminterne, „normierte“ Namen von IN-Begriffen oder C-Relationen gebraucht werden. Wenn das nicht geschieht, ist die „Userschnittstelle“ des O-Systems unzureichend bedient.

Für die „Userschnittstelle“ (LEX, BEZ) | (IN, REL) sind das **Lexikon LEX**=LC∪LR **der sog. „Symbole“** (Bezeichner) da, sowie die **Bezeichnungsrelationen**

$\underline{\mathit{bez}}_{LC} \subseteq LC \times C(IN)$, $\underline{\mathit{bez}}_{LR} \subseteq LR \times \underline{REL}$

Die Userschnittstelle besteht also aus zwei **formalen Kontexten**

(LC, C(IN), $\underline{\text{bez}}_{LC}$) für den Zusammenhang zwischen den Begriffsbezeichnern aus LC und den normierten Namen der IN-Begriffe aus C(IN) und

(LR, REL, $\underline{\text{bez}}_{LR}$) für den Zusammenhang zwischen den Relationenbezeichnern aus LR und den normierten Namen der C-Relationen aus <u>REL</u>.

3.4.1 Die Userschnittstelle für die Begriffsnamen

Wir bringen das FBA-Konzept am Beispiel der Userschnittstelle (LC, C(IN), $\underline{\text{bez}}_{LC}$) nahe.
Analoges gilt dann auch für (LR, REL, $\underline{\text{bez}}_{LR}$)

Schreibweise: Sowohl die Symbole aus der Menge LC als auch die Elemente aus der Menge **C(IN)** notieren wir hier mit Kleinbuchstaben. Statt „C(IN)" schreiben wir einfach **C**. Beide Mengen, LC und **C**, fassen wir hier als **„Wortmengen"** auf, d.h. es ist hier formal unerheblich, dass z.B. ein $c \in \mathbf{C}$ selbst eine Menge von Instanzen sei. Die Bezeichnungs-relation $\underline{\text{bez}}_{LC}$ notiernen wir einfach als „$\underline{\text{bez}}$".

Wenn ein umgangs- oder fachsprachliches Symbol $x \in LC$ einen IN-Begriff $y \in \mathbf{C}$ bezeichnet, schreiben wir „x $\underline{\textit{bez}}$ c". Wir haben es hier zu tun mit dem **formalen Kontext**

$K_{\underline{\text{bez}}} := (LC, \mathbf{C}, \underline{\text{bez}})$.

Eine O-Definition auf FBA-Basis

Ein LC-Symbol kann mehrere IN-Begriffe bezeichnen, und ein IN-Begriff kann durch mehrere LC-Symbole bezeichnet werden.

Wir nehmen daher die **Galoisverbindung** ($\uparrow$, $\downarrow$) zwischen LC und **C,** die durch die Bezeichnungsrelation <u>*bez*</u> induziert wird:

$\uparrow$: Pot(LC) $\rightarrow$ Pot(**C**), def. durch: $A^{\uparrow} := \{c \in \mathbf{C} \mid \forall x \in A: x$ <u>*bez*</u> $c\}$ für $A \subseteq LC$
$\downarrow$: Pot (**C**) $\rightarrow$ Pot(LC), def. durch: $B^{\downarrow} := \{x \in LC \mid \forall y \in B: x$ <u>*bez*</u> $c\}$ für $B \subseteq \mathbf{C}$

Für ein Symbol $x \in LC$ ist $\{x\}^{\uparrow}$ die Menge von Begriffen, die durch das Wort x bezeichnet werden. $\{x\}^{\uparrow}$ ist die Menge der **Homonyme** zum Symbol x.
Beispiel: x = „Bank“, **Homonyme**: $\{x\}^{\uparrow}$={Sitzbank, Geldbank, Genbank, Schlachtbank, ...}.

Für einen Begriff $c \in \mathbf{C}$ ist $\{c\}^{\downarrow}$ die Menge von Symbolen, die den Begriff c bezeichnen. $\{c\}^{\downarrow}$ ist die Menge der **Synonyme** zum Begriff c.
Beispiel: c = „schwanger_sein“, **Synonyme**: $\{c\}^{\downarrow}$={„schwanger sein“, „ein Kind erwarten“, „guter Hoffnung sein“, „in den Wochen sein“,..}

Ein „F-Begriff“ im Kontext (LC, **C**, <u>*bez.*</u>) ist hier ein Mengenpaar (A,B)$\in$Pot(LC)$\times$Pot(**C**), das die Bedingungen

(v) $\mathbf{A^{\uparrow}=B}$ **und** $\mathbf{B^{\downarrow}=A}$ erfüllt.

Das Wort „F-Begriff“ ist schon zu sehr überlastet.

Def.12.LC-Abschnitt / LC-Kontext: Wir nennen ein (A,B), das (v) genügt, einen **LC-Abschnitt**; (LC, **C**, <u>*bez*</u>) heiße der **LC-Kontext**.

Die Menge **<u>B</u>(**<u>*bez*</u>**)** aller LC-Abschnitte ist nach dem Hauptsatz der FBA ein **vollständiger Verband** (<u>B</u>(<u>*bez*</u>), $\leq_{LC}$)**,** wenn man die Halbordnung $\leq_{LC}$ für (A,B), (A',B')$\in$<u>B</u>(<u>*bez*</u>) durch (A,B) $\leq_{LC}$ (A',B') :$\Leftrightarrow$ A$\subseteq$A' ($\Leftrightarrow$ B'$\subseteq$B) definiert. (<u>B</u>(<u>*bez*</u>), $\leq_{LC}$) heiße der **LC-Verband.** Gilt (A,B)$\leq_{LC}$(A',B'), so ist (A,B) ein **„Unter-LC-Abschnitt“** von (A',B'). Statt nur alphabetisch, könnte man das Lexikon in diesem Sinne ordnen; das würde die Suche nach Synonymen und Homonymen schneller machen.

Anmerkung: In [2] *(G. Pickert)* sind die Userschnittstellen nur unvollständig charakterisiert: Die dort erwähnten Funktionen **F** bzw. **G** beschreiben nur den „*Input*“ aus dem Lexikon in die Systeminterna der Ontologie und sind jeweils mit der Abbildung $\uparrow$ zu identifizieren. Man hat in [2] den „*Output*“, also die Abbildung $\downarrow$, vergessen zu erwähnen.
In [12] *(Maedche / Zacharias)* werden die „Userschnittstellen“ gar nicht erwähnt.

3.4.2 Die „pädagogische Aufgabe“ des O-Systems an den Userschnittstellen (&&& skip)

Die Userschnittstellen werden in der Praxis ***weit mehr zu leisten haben, als in den konventionellen O-Definitionen [2], [12] angedeutet ist!*** Das wollen wir kurz erläutern.

Das Problem ist ein **Namensproblem**. Wenn ein User mit Eingabe nur ***eines*** Schlagwortes a Auskunft über a verlangt, so sollte das O-System (in user-verständlicher Weise) mit Angabe des **LC-Abschnitts** $(\{a\}^{\uparrow\downarrow}, \{a\}^{\uparrow})$ im Fall $a \in LC$ bzw. mit $(\{a\}^{\downarrow}, \{a\}^{\downarrow\uparrow})$ im Fall $a \in$ **C** antworten. Dadurch werden dem User alle Synonyme und Homonyme mitgeteilt, die (gemäß FBA) mit dem Schlagwort a in der angefragten Ontologie zusammenhängen.

Man kann aber vom noch nicht trainierten User nicht von Anfang an verlangen, dass er stets bei seinen Anfragen an das O-System das bisher angerissene „FBA-Konzept" im Kopf haben müsste. Er wird nämlich z.B. nicht im Kopf haben, was im Lexikon LEX alles verzeichnet steht, geschweige denn, was als ***normierte Namen*** für die Elemente von **C** und von **REL** in den Systeminterna der Ontologie benutzt wird.

Statt einer „Begriffs“-Bezeichung (a∈LC) könnte der User z.B. nur einen **Instanznamen** x eingeben, und Auskunft über ihn verlangen, wobei ihm evtll. gar nicht klar ist, ob der Name x im Lexikonteil LC vorgesehen ist oder nicht. Dann sollte das O-System in der Lage sein, herauszufinden, zu welchen Schlagworten (Symbolen) a∈LC dieser Name x gehört.

Als Antwort müsste dann das O-System (in user-verständlicher Weise) einen ganzen **LC-Abschnitt** (A,B) angeben, wo x entweder eines der Symbole des „Umfangs“ A oder eine Instanz der „Begriffe“ des „Inhalts“ B ist.

Bei so einer „Anfangsauskunft“ wird das O-System natürlich darauf hinzuweisen haben, welche in der Auskuft vorkommenden Namen als ***normierten Namen*** (a∈**C**) der Ontologie gelten sind, so dass der User sich mit der Zeit an die *normierten Namen* gewöhnt und bei den nächsten Anfragen an das System möglichst nur noch diese benutzt.

Dann würde die o.a. erwähnten Anfangsauskünfte mit der Zeit mehr und mehr unnötig, und der User könnte gleich gezielter Auskunft (also z.B. die „Instanziierung“) über eine relationale Frage (*query*), z.B. der Form „?x: x **r** **b**“ oder „?y: **a** **r** y“, einholen.

Die *Namensnormierung* in den Systeminterna einer Ontologie kann – bei entsprechend intelligent implementierter Befähigung des O-Systems an der ***Userschnittstelle*** – *lang-fristig* dazu beitragen, dass die User sich an die Namensnormierungen gewöhnen, und mit der Zeit in der Tat einheitlichere Begriffsnamen in einem Fach- oder Wissensgebiet benutzen (das ist ja eines der Ziele einer Ontologie).

Das ist m.E. die „**pädagogische“ Bedeutung** der „Userschnittstelle“ einer Ontologie. [1]

1 In der Ontologie „Wikipedia“ wird das ja schon z.T. in einfacher Form vorgemacht.

4 Schlussbemerkung

Die Note [2] *(G.Pickert)* erhebt im *Abstract* den Anspruch,

„das Durcheinander von Konzepten und Terminologien zu reduzieren oder besser zu eliminieren und durch eine einheitliche, allen verständliche Terminologie mit den entsprechenden Konzepten zu ersetzen."

In beiden Papieren, [2] *(G. Pickert)* und besonders [12] *(Maedche / Zacharias)*, entdeckt man aber sowohl formale als auch sprachliche Ungenauigkeiten und Unvollständigkeiten. Sie geben daher selbst recht gut den heutigen desolaten Gesamtzustand von dem wieder, was die Informatiker eine „Ontologie-Definition" nennen.

Das ***„ontology engineering“*** erhebt den Anspruch, Archivierung, Ausbau, Weiterverarbeitung, Verbreitung und Bereitstellung von Wissensgebieten *automatisieren* zu wollen.

Es sollte aber, bevor es den „*Kampf mit der Umgangssprache*“ aufnimmt, sich erst einmal um eine einwandfreie, möglichst einfache ***mathematische Grundlage*** bemühen. Die Konzepte der **Formalen Begriffsanalyse (FBA)** bieten dazu seit langem geeignete Mittel an.

In dieser Note habe ich dazu einen Vorschlag gemacht.

Von der Wahrnehmung, geschweige der Umsetzung, dieser Mittel scheint das „*ontology engineering*“ derzeit aber noch weit entfernt zu sein.

Den Grund dazu glaube ich zu wissen: Trotz fortgeschrittener Technologie im IT-Bereich hat das „*ontology engineering*“ die Nachwirkungen des zwanghaften *„Substanzdenkens“* mittelalterlicher Metaphysik und Ontologie noch nicht überwunden.

Für mich jedenfalls ist mit der vorliegenden Note die lange Diskussion in unserem Ontologie-Arbeitskreis der Hochschule Darmstadt um die Frage „was ist eine Ontologie“ vom *mathematischen* Standpunkt aus erst einmal erledigt. Verfeinerungen und praktische Ausgestaltungen, sowie der ***„Kampf mit der Umgangssprache“*** können nun auf fundierter Grundlage angefangen werden.

5 Literatur

Die in dieser Note besonders benutzten Referenzen sind **fett** gedruckt. Die Reihenfolge der Referenznummern gibt in etwa die zeitliche Reihenfolge an, in der ich die Referenzen für die Vorbereitungen und die vorliegende Note erstmalig verwendet habe.

[1] **B. Ganter / R. Wille: „Formale Begriffsanalyse“ (FBA);** Springer 1996. [Die am meisten benutzte Referenz]

[2] G. Pickert: „Einführung in Ontologien“, Humbold-Universität Berlin, Feb. 2011. http://www.dbis.informatik.hu-berlin.de/dbisold/lehre/WS0203/SemWeb/artikel/2/Pickert_Ontologien_final.pdf (diente zusammen mit [12] als Motivation zur Abfassung dieser Note)

[3] W. Bartussek, B. Humm, A. Reibold, T. Zeh (Ontologie-Arbeitskreis der Hochschule Darmstadt): „Zur Definition von ‚Ontologie' in den Informationswissenschaften", Oktober 2010 / Mai 2011, Hochshule Darmstadt (h_da).

[4] Autorenkollektiv der Ontologie-Arbeitsgruppe der Hochschule Darmstadt (h_da): „Was ist eigentlich Ontologie", *draft* Dez.2011 / *final* Jan.2012.

[5] C. Lübbert: „Ontologieschema versus FBA" (Teil 1), v2, Darmstadt, 22.12.2011

[6] T. Zeh: „Darstellung von Texten in den drei Formalismen Power Context Families (PCF), Relational Data System (RDS) und Entity Relational System (ERS) anhand des Fallbeispiels „Biographie von Albert Einstein“, Hochschule Darmstadt, 13.10.2010.

[7] K. E. Wolff: „Relational Semantic Systems, Power Context Families, and Concept Graphs, Hochschule Darmstadt, 2009, http://www.fbmn.fh-darmstadt.de/home/wolff

[8] K. E. Wolff: „Relational Scaling in Relational Semantic Systems”, Hochschule Darmstadt, 2009, http://www.fbmn.fh-darmstadt.de/home/wolff

[9] Wikipedia: „Vererbung (Programmierung)“, Version 20.11.2011

[10] C. Lübbert: „Ontologieschema versus FBA“ (Teil 2), v1, Darmstadt, 13.01.2012

[11] C. Lübbert: „Ableitung von C aus R“, v1, (Ergänzung zu [10]), Darmstadt, 19.01.2012

[12] A. Maedche & V. Zacharias: „Clustering Ontology-based Metadata in the Semantic Web”, FZI Research Center for Information Technologies at the University of Karlsruhe, Research Group WIM, 2002/2003 (?)
(diente zusammen mit [2] als Motivation zur Abfassung dieser Note)

[13] Nicola Guarino: „Formal Ontology, Conceptual Analysis and Knowledge Representation”, 1995 (?)

[14] John F.Sowa: “KR Ontology”, http://www.jfsowa.com/ontology/ , *last modified*: Nov.2010

[15] C. Lübbert: „O-Schema & Instanziierung von Maedche / Zacharias“, – eine Analyse, v2, Darmstadt, 23.02.2012

[16] M. Kreuzer / S. Kühling: „Logik für Informatiker“. Vlg. Pearson Studium, 2006.

[17] C. Lübbert: „Mehrwertige Logiken“, V11, Dez.2011, www.cl-diesunddas.de

[18] E. Husserl: „Logische Untersuchungen 2“, Vlg. M.Niemeyer, Halle, 1901.

[19] R. Ingarden: „Der Streit um die Existenz der Welt“, Bd.I (Existentialontologie), Bd. II/1 (Formalontologie 1), Bd.II/2 (Formalontologie 2). Vlg. M. Niemeyer, 1964-1965.

[20] C. Lübbert: „Nachlese zur Vortragsreihe 2009 von Frau V. Schlüter über Roman Ingarden“. Vortrag vor der Ontologie-Arbeitsgruppe der Hochschule Darmstadt, 6.5.2011.

[21] C. Lübbert: „Analyse-1 von Ingardens Existentioalontologie“, V2.6, Darmstadt, 22.09.2011.

[22] C. Lübbert: „Die Unterlassungen von Roman Ingarden bei der Einführung seiner 4 Existential-Parameter A, B, C, D in [RI-I, §12-§15]“ (Kurzfassung der Analyse-1 von [21] für Nicht-Mathematiker), Darmstadt, 25.10.2011.

[23] N. Hartmann: „Zur Grundlegung der Ontologie“. 1948

[24] D. C. Dennett: „Spielarten des Geistes“. Vlg. Bertelsmann, 1966, 1969

[25] Stanford Encyclopedia of Philosophy: „Mereology“, 2003 / 2009.http://plato.stanford.edu/entries/mereology/

[26] Stanford Encyclopedia of Philosophy: “States of Affaires”, März 2012 http://plato.stanford.edu/entries/states-of-affairs/

[27] C. Lübbert: „Ontologie-Definition auf Basis von FBA“, V3.8, Darmstadt, Juni 2012

[28] R. Wille: „Conceptual Structures of Multicontexts“, FB Mathematik, TU Darmstadt, 1996

6 Versionskontrolle

Datum	Vers.	Maßnahme / Bemerkung
14.3.2012	V1.0:	Beginn der Arbeit
29.3.2012	V2.0	Vgl. mit [2] begonnen; Umstellungen in Kap.4.3
22.4.2012	V3.1	Noch zu überarbeitende Textstellen mit „&&&“ gekennzeichnet. Kapitel- und Formelnummern stimmen noch nicht!
27.4.2012	V3.2	Der Entwurf muss durch noch mehr Beispiele verständlicher gemacht werden! Vgl. mit [12] fertig.
07.5.2012	V3.3	Version an TZ+KEW+PZ geschickt.
09.5.2012	V3.4	Übersichtstabelle – Vgl. [2], [12] mit O-Def.n.FBA – fertig
15.5.2012	V3.5	Tippfehlerkorrenkturen (V3.3, TZ+KEW) eingebracht. Version an KEW geschickt.

Versionskontrolle

21.5.2012 V3.6 Einige Bezeichnungen geändert! Inhaltliche Vorschläge von TZ (zu V3.3) bis auf 1 eingearbeitet. Literaturliste ergänzt; Referenzen angepasst. 2 Korrekturen von PZ v.18.+19.5.12 eingebracht. Insges. noch ca. 2 „&&&“ übrig.

22.5.2012 V3.6 Kapitel.- u. FormelNr.-Referenzen korrigiert. Korrekturen am „Logik“-Kapitel aufgr. v. Anmerkungen von PZ korrigiert + ergänzt. („Logik“-Kap. kann bei Kurzfassung weggelassen werden). **Beispiele** müssen noch weiter ergänzt werden!

27.5.2012 V3.7 Hinweis auf die „pädagogische Aufgabe“ der Userschnittstelle einer Ontologie zugefügt.
Version (semi-final draft) verschickt an TZ, PZ, KEW, BH, AR, MR, VS, ET, RW, PB, SH, TS. – TZ+KEW wollen review-en
(Die geplante Kurzfassung f.d. Vortrag am 14.7.12 sollte inkl. Bilder bei Standard-Schriftgrad 12 nicht mehr als 30-40 Folienseiten haben; bei Folien-Schriftgrad 24 entsprechend mehr. (Folienseiten mit Schriftgrad 24 auf Word statt auf Powerpoint wegen der math. Zeichen!!)

28.5.2012 V3.8 Weitere Tippfehler korrigiert, insbesondere in Kap.3.2.6.2 u. 4.2.3

03.7.2012 V4.0f Erstellung der Kurzfassung im „Folienformat“ f.d. Vortrag am 14.7.12 fast fertig. Nur der Vorspann muss noch ergänzt werden. Die nicht benutzten Teile unterhalb „&&& ALTER REST &&&“ sind noch nicht gelöscht.

03.7.2012 V4.1f Die nicht benutzten Teile unterhalb „&&& ALTER REST &&&“ weitgehend gelöscht. Die Vergleichstab. [2]/[12]/FBA nach oben verschoben + vereinfacht, **als Motivation für die ganze Note**.
Kap.-Referenzen korrigiert. Es fehlt nur noch die Vervollständigung+Kürzung des Vorspanns (phil.-inform.Vorspann – ca. 10 Min!).
Zeittest-1: Ich habe 90 Min. zur Verfügung. Der erste Folien-Zeittest hat 149 Min ergeben, also 59 Min (= ca 1 Std.) zu lang! → was weglassen?

04.7.2012 V4.1f **Zeittest-2:** 116 FS = 90 Min. – damit wäre die in etwa Zeit eingehalten. – Zeit für Diskussion?

05.7.2012 V4.1f Diese Vers. an TZ zum Review geschickt. Nochmalige starke Kürzung notwendig!! – Ich habe nur **45 Min.** (nicht 90 Min!) Vortragszeit!! N.d. 1.Zeittest wäre das Ziel: 58 FS = 45 Min. – also noch mal 58 FS weg!!

06.7.2012 V4.2f „Starke Kürzung“ f.d. 45-Min-Vortrag erstellt: von 116 FS auf 98 FS gekürzt (also 20 FS weg) – es müssten noch mal 38 S. weg!
Zeittest-3 ergibt: 98 FS = 58 Min (das wären 76 FS = 45 Min). ➔ noch 22 FS=13 Min zu lang.

10.9.2012 V4.3f mit **G**(REL):= dom(**j**), **M**(REL):=range(**j**) hab ich für den C-Compoundkontext nun das Trippel K_C:=(**G**(REL),**M**(REL),**j**) genommen. Kurz-Vorspann erstellt. &&& ALT...&&& gelöscht.
Zeittest-4: 90 FS = 52 Min.? (noch 7 Min zu lang!)