© CL 2001 Darmstadt

Dr. Christoph Lübbert
Viktoriastraße 36
D-64293 Darmstadt

Tel: 06151 422298, T-Mob: 0171 2045811,
christoph.luebbert@t-online.de ,
www.cl-diesunddas.de

Darmstadt, März 2020

Verwandtschaftsnetze

© C. Lübbert, Version V6.1KURZ
ein Aka55plus Seminar 2020

Verbesserte Kurzversion einer Idee, die ich vor einiger Zeit im Seminar „Begriffsanalyse" bei *Rudolf Wille* im FB Mathematik der TUD vorgetragen hatte.

Inhaltsverzeichnis

1 Vorbemerkung

*Das Thema ist für diejenigen von allgemeinem Interesse, die sich mit **Familienforschung** beschäftigen. Dieses Seminar wendet sich jedoch an **Mathematiker**, die ein wenig mit der mathematischen Grundlagen-sprache, (Funktionen, Relationen, Mengen) vertraut sind. Es geht um ein **mathematisches Modell** für **Verwandtschaftsnetze**.*

Historie und Motivation zu diesem Seminar:
In den 1985-er Jahren war ich stark an **Verwandtschaftsbeziehungen** interessiert. Die damals verfügbaren **„Stammbaum-“**, oder **„Ahnenta-fel“-Schemata** behagten mir nicht, weil sie **patriarchalisch** (unilinear) orientiert waren, und Frauen benachteiligt wurden.

Ich war eher interessiert an Geschwistern, Halbgeschwistern, Cousins, Ehepartnern, Verschwägerungen (also an Personen meiner/unserer Generation). Weniger interessierte mich die ausschließliche Sicht auf die ferne Vergangenheit männlicher „Ahnen“.

Auf einem UNIX-Rechner der Firma, bei der ich tätig war, entwickelte ich gegen Ende 1988 eine Datenbank für meine Ideen. Diese ging leider durch Wechsel zu neuen Rechnern verloren. Übrig blieben einige Graphiken [Beispiel: **Abb.1**], die in meiner engeren und weiteren Familie Furore machten und zu intensiver Kommunikation anregten.

In **Abb.1** sind ***Personen*** (Individuen) durch kleine Kreise, ***Ehen*** durch kleine Quadrate dargestellt.

In Wikipedia [1] fand ich unter dem Stichwort: „Verwandtschaftsbeziehung" die **Abb.2.** Sie stellt graphisch noch am ehesten dar, was ich damals in Sinn hatte. Ganz zufrieden war ich aber mit Abb.2 auch nicht.

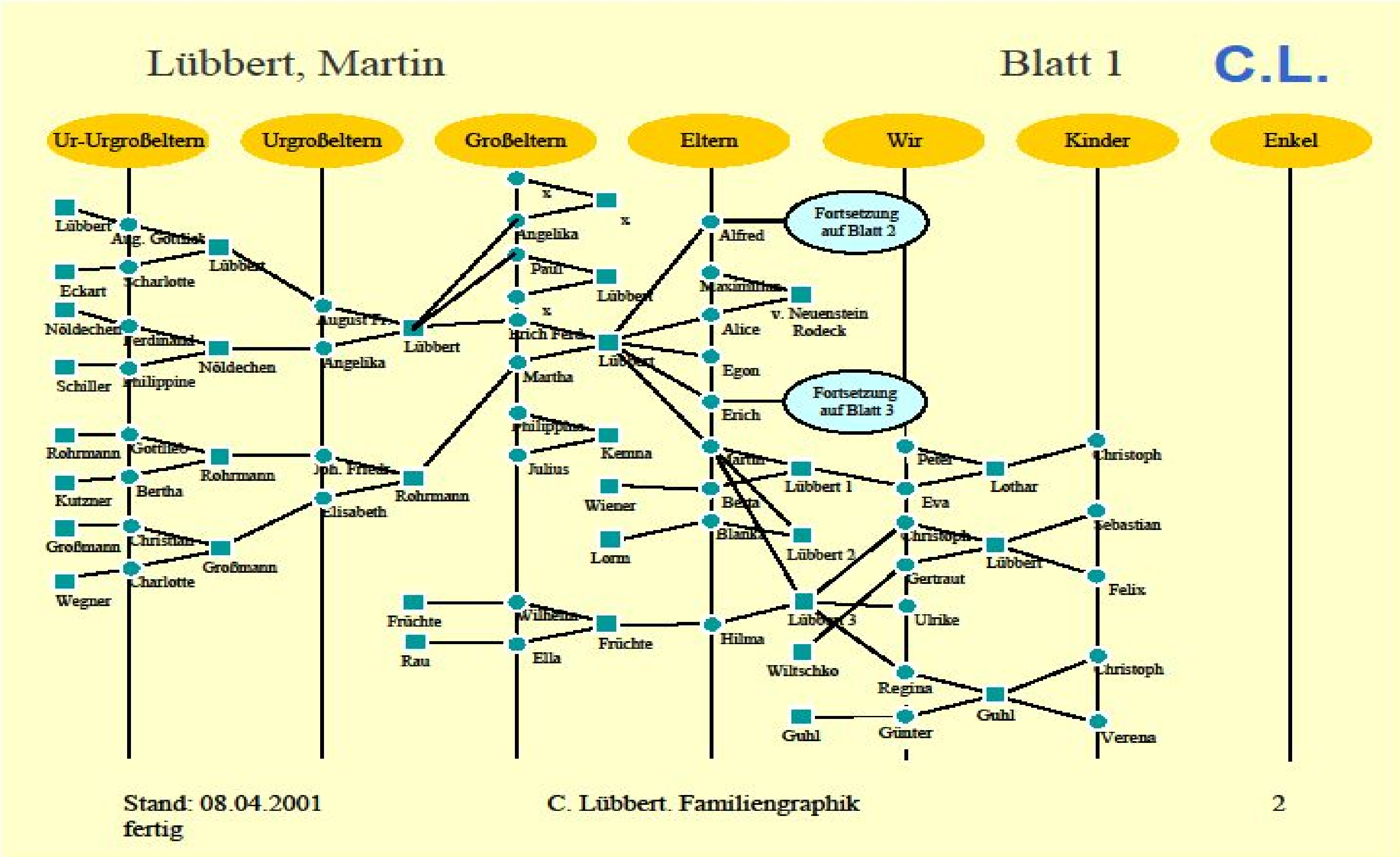


Abb.1: Auszug aus einer Familiengraphik CL (2001)

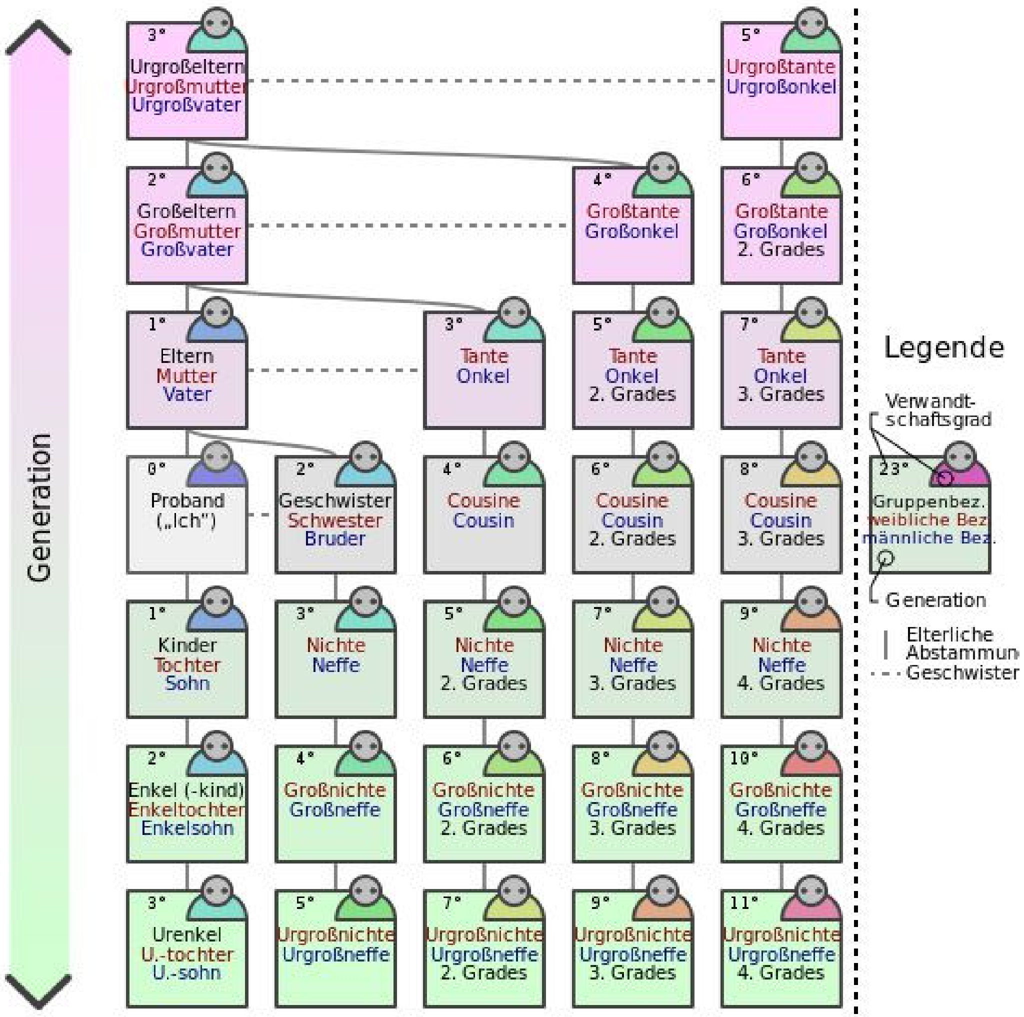


Abb.2: Wikipedia [1] (2007). Europäisches Verwandtschaftssystem mit **rechlichem Grad „n°"** der Verwandtschaft. (Die Angabe „m-*ten Grades*" i.d. Kästchen hat damit nichts zu tun).

Kritik an Abb.2:

(a) Abb.2 ist auf ***einen*** Probanden / „Ich“ konzentriert. Bei Eintragen konkreter Personennamen, und bei **Wechsel des Probanden** („Ich“) versagt die Grafik der Abb.2. Man müsste für das neue „Ich“ ein neues Diagramm zeichnen. Gerade der Wechsel des Proban den *im selben Diagramm* ist aber bei Abb.1 unproblematisch.

(b) Die *Paarbildung* der kindererzeugenden **Ehe** ist im Schema der Abb.2 *nicht* berücksichtigt. Daher können in Abb.2 *keine* Ehepartner, Halbverwandtschaften, Verschwägerungen, Stiefbeziehungen sondern **nur Blutsverwandtschaften**[1] *eines* Probanden dargestellt werden. All das ist mit dem Schema der Abb.1 möglich.

(c) Auch der Begriff der „**Generation**“ ist in Abb.2 nur auf den *einen* Probanden und dessen **Blutsverwandte** bezogen. Im Schema der Abb.1 können dagegen Ehepartner, Halbverwandtschaften, Schwä-

[1] Zwei Individuen heißen **blutsverwandt**, wenn das eine Vorfahr (oder Nachfahr) des anderen ist (Blutsverwandtschaft „in gerader Linie“), oder wenn beide einen gemeinsamen Vorfahren haben (Blutsverwandtschaft „in der Seitenlinie“). Siehe dazu auch BGB §1589.

ger und Stiefverhältnisse in den Genetationenbegriff einbezogen werden.

(d) Schließlich erschien mir in Abb.2 die Gradzuweisung „x°“ *unlogisch, denn er wird in den sog. „Seitenlinien“ anders gezählt als in der sog. „geraden Linie“.* Warum hat in Abb.2 z.B. ein Geschwister (bzw. Onkel / Cousin) zum Probanden den Grad 2° (bzw. 3° / 4°) und nicht 1° (bzw. 2° / 3°)? Diese merkwürdige Gradzuweisung wird in **§1589 BGB** begründet mit dem Hinweis: „Der Grad der Verwandtschaft bestimmt sich nach der Zahl der vermittelnden Geburten“[2]. In Abb.1 dagegen wird der Verwandtschaftsgrad zwischen zwei Individuen x, y einfach und einheitlich über die „Länge eines Suchpfads“ zwischen x, y bestimmt.

(e) Verwandtschaftsbeziehungen werden in Wikipedia [1], [2], [3], rein *umgangssprachlich* formuliert. Um sie in einem *Programmsystem*

---

[2] Statt des **rechtlich** relevanten traditionellen Grades der Verwandtschaft in **Abb.**2 führen wir in Kap.3.2 dieses Seminars den **„rechnerischen Verwandtschaftsgrad“** ein. Er wird in einem sog „einfachen Clan C“ zwischen 2 beliebigen Individuen x, y (nicht nur zwischen Blutsverwandten) **einheitlich** definiert als eine Funktion $rvg_C(x, y)$. Es ergibt sich in „gerader Linie“: **rechtlicher_Verwandtschaftsgrad(x, y) = rvg_C(x, y);** in den „Seitenlinien“: **rechtlicher_Verwandtschaftsgrad(x, y) = rvg_C(x, y) +1.**

realisieren zu können, benötigt man m.E. doch einige „Formeln“, und damit ein *mathematisches Modell*.

Mein Schema der **Abb.1** verwendet nicht nur „Personenknoten“ sondern auch „Eheknoten“. Es zeigt damit den Weg, wie man dazu ein mathematisches Modell aufstellen kann, so dass nicht nur Blutsverwandtschaften, sondern auch Ehepartner, Halbverwandtschaften, Verschwägerungen und Stiefverhältnisse ***im selben Modell*** integriert werden können. Mit **Abb.1** ergibt sich zudem eine einheitliche Methode, wie man sowohl „*Verwandtschaftsgrade*“ als auch „*Generationenabstände*“ definiert.

2 Grunddefinitonen

Wir stellen das ins Auge gefasste **Verwandtschaftsnetz** durch das nun zu definierende **mathematische Modell**

$$\mathbf{V := (G^m, G^f, \eta)}$$

dar. Die einzelnen Stücke $\mathbf{G^m}$, $\mathbf{G^f}$, η werden im Folgenden durch nur ***drei*** untereinander unabhängige **Regeln** („**Axiome**“) (Ax-1), (Ax-2), (Ax-3) erklärt, die **V** erfüllen soll, um als Modell für ein „Verwandtschaftsnetz“ gelten zu dürfen. Diese Regeln werden, bei vielen höheren Spezies in der Biologie eingehalten.

2.1 Die Grundmengen $\mathbf{G^m}$, $\mathbf{G^f}$

(<u>Ax-1</u>) Gegeben zwei Grundmengen[3] $\mathbf{G^m}$ („männliche Individuen“) und $\mathbf{G^f}$ („weibliche Individuen“). Sie seien zueinander ***disjunkt,*** $\mathbf{G}^m \cap \mathbf{G}^f = \emptyset$. Ihre Vereinigung $\mathbf{G} := \mathbf{G^m} \cup \mathbf{G^f}$ ist die Menge *aller* im Modell **V** betrachteten „**Individuen**“.

Das Modell **V** beschreibt also in biologischer Interpretation eine ***zweigeschlechtliche*** Spezies.

[3] Die Individuenmengen $\mathbf{G^m}$, $\mathbf{G^f}$ und **G** seien **höchstens abzählbar.** Weitere Eigenschaften ergeben sich aus der Wahl der Axiome (Ax-2), (Ax-3) oder möglicher Varianten. Graphisch interessant sind stets ***endliche*** Individuen-Teilmengen.

2.2 Die Abstammungsfunktion („Herkunft“) η

(<u>Ax-2</u>) Die grundlegende Funktion $\boldsymbol{\eta}$**: G** $\rightarrow$ **G**$^{\mathbf{m}}$**×G**$^{\mathbf{f}}$ heiße die „**Abstammungsfunktion**“ (kurz „**Herkunft**“); sie ordnet jedem Individuum k$\in$**G** *genau ein* „**Elternpaar**“ $\boldsymbol{\eta}$**(k) = (p, q)**$\in$**G**$^{\mathbf{m}}$**×G**$^{\mathbf{f}}$ zu.

Wir sagen dazu: das Elternpaar (p, q) „**zeugt** ein **Kind**“ k. p$\in$G^{m} heißt der *„**Vater**“*, q$\in$G^{f} die *„**Mutter**“ von k.* Wir nennen ein Paar (p, q) nur dann **„Elternpaar“** oder **„Ehepaar“** oder einfach **„Ehe“**, wenn es wenigstens ein k$\in$**G** gibt mit η(k)= (p, q), Die Menge der zugelassenen „Ehen“ sei mit **E** bezeichnet,

E := {(p, q)$\in$**G**$^{\mathbf{m}}$**×G**$^{\mathbf{f}}$ **|** es gibt **k**$\in$**G** mit $\boldsymbol{\eta}$**(k)= (p, q)}.**

Zur Formulierung des dritten Axioms führen wir 2 Definitionen ein:

(2.2.1) Def. Mengendarstellung für $\boldsymbol{\eta}$**:** $\boldsymbol{\mu\eta}$**(k) := {p, q}** für k$\in$**G** mit η(k) = (p, q), p$\in$**G**^{m}, q$\in$**G**^{f}. Diese Definition macht viele Formeln kürzer u. leichter lesbar.

(2.2.2) Def. Eltern-Kind-Relation: $x<^\circ y :\Leftrightarrow x\in\mu\eta(y)$, gelesen als „x ist Vater / Mutter von y“ oder auch „y ist Kind von x“.

(Ax-3) Die Eltern-Kind-Relation „<°“ ist **azyklisch,** d.h.: für jedes $n\in\{2, 3, 4, \ldots\}$ und jede Individuenmenge $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}\subset$**G**, für die $x_1<^\circ x_2<^\circ\ldots<^\circ x_n$ gilt, ist $\mathbf{x_1\neq x_n}$ **.**

Das dritte Axiom besagt: Jedes Individuum $x\in$**G** ist weder mit irgendeinem seiner **Vorfahren** (Eltern, Großeltern, Urgroßeltern usw. ...) noch mit irgendeinem seiner **Nachfahren** (Kinder, Enkel, Urenkel, usw. …) identisch.

Mehr als diese 3 Axiome (Ax-1), (Ax-2), (Ax-3) *brauchen wir nicht*. Das weitere sind nur nützliche Hilfsdefinitionen. Wir definieren ein sogenanntes ***„Inverses“*** zur Abstammungsabbildung (Herkunft) η:

(2.2.3) Def.: Das „**Inverse**“[4] zu η sei die Abbildung (Funktion) $\boldsymbol{\eta^{-1}: G^m\times G^f \to G/\sim_\eta \cup\{\varnothing\}}$**.** [zu „$\sim_\eta$“ und „**G/~**$_\eta$“ → siehe (2.4.2)].

[4] Die Bezeichnung „Inverse“ ist in Anführungsstrichen gesetzt, da man im üblichen Sprachgebrauch einer Funktion f: $X\rightarrow Y$ eine Inverse nur zuordnet, wenn f injektiv oder bijektiv ist. Hier aber wollen wir zu einer beliebigen Funktion) f: $X\rightarrow Y$ für $y\in Y$ das „Inverse“ als die *Menge* $f^{-1}(y):= \{x\in X \mid f(x) = y\} \subseteq X$ erklären. Die „Inverse“ zu f ist also hier eine Funktion f^{-1}: $Y\rightarrow$PotX, und die Menge $f^{-1}(y)$ kann auch $=\varnothing$ sein, falls nämlich $y\in Y$ nicht im Bildbereich von f liegt.

$\boldsymbol{\eta^{-1}}$ ist abgeleitet aus η durch die Definition $\boldsymbol{\eta^{-1}(p, q) := \{k\in G|\ \eta(k)=(p, q)\}}$. Wir nennen η^{-1} die „**Erzeugerabbildung**"; sie ordnet jeder Ehe $(p, q)\in E\subset G^m\times G^f$ die Klasse $\eta^{-1}(p, q)$ ihrer **Kinder** zu.

2.3 Die Verwandtschaftsordnung „<"

(2.3.1) Def. Wir bilden die **transitive Hülle** „<" der Relation **„<°";** d.i. die ***kleinste*** *Oberrelation*[5] *von „<°",* in der für alle x, y, z∈**G** *rekursiv* gilt:

(1) Wenn x<°y, dann auch x<y;

(2) Wenn x<y und y<z, dann auch x<z.[6]

Mit dieser Definition folgt, dass die Relation „<" *asymmetrisch*, *transitiv* (und damit auch *irreflexiv*) ist. Mit anderen Worten:

[5] Seien R, S $\subseteq$ H×H zwei binäre Relationen auf einer Menge H. S heißt Oberrelation von R, wenn für alle x, y $\in$H gilt: xRy $\Rightarrow$ xSy. Damit gleichwertig ist R$\subseteq$S, wenn R, S als Paarmengen aufgefasst werden. S heißt ***kleinste*** Oberrelation von R, wenn aus R$\subseteq$X$\subseteq$S folgt: X=R.

[6] Dies schreibt sich ausführlicher auch so: $\mathbf{x<z} :\Leftrightarrow \exists \mathbf{n\in\{0, 1, 2, 3, \ldots\}}: \exists\ \mathbf{x_1,\ldots, x_n\in G: x<°x_1<°x_2<°\ldots<°x_n<°z}$.

(2.3.2) „<" ist eine **strikte Ordnungsrelation**[7] auf **G** = G^muG^f. Wir nennen sie die **Verwandtschaftsordnung** auf **G**.

(2.3.3) Def.: Wir benutzen manchmal statt der strikten Form „<" die zugehörige ***nicht-strikte*** Form „≤" der Ordnung. Sie ist durch

x≤y :⇔(x<y oder x=y) definiert.

2.4 Weitere Folgerungen, Hilfsdefinitionen und Bezeichnungen

(2.4.1) (i) Da nach (Ax-2) η ***jedem*** x∈**G** *genau ein* Elternpaar (p, q)∈$G^m \times G^f$ zuordnet, kann es in der Verwandtschaftsordnung „<" ***keine minimalen***[8] Elemente geben, denn ***jedes*** Individuum x∈**G** hat nach (Ax-2) Eltern (p, q) mit p<°x, q<°x.[9] – Es kann aber durchaus ***maximale*** Elemente in **G** geben: Jedes p∈G^m,

[7] Def: Eine Relation R auf einer Menge H heißt eine **„strikte Ordnungsrelation"** auf H, wenn gilt (i) R ist *asymmetrisch*, dh.: aus xRy folgt nicht(yRx) für alle x∈H. (ii) R ist *transitiv*, dh.: aus xRy und yRz folgt stets xRz (für alle x, y, z ∈ H). R ist dann auch *irreflexiv*, d.h. für alle x∈H gilt: nicht(xRx).

[8] Auf einer strikt geordneten Menge (H, <) heißt ein a∈H „***minimal***", wenn es kein z∈H gibt mit z<a (bzw. ein b∈H „***maximal***", wenn es kein z∈H gibt mit b<z).

[9] Im **Alten Testament** gibt es ein „erstes" Elternpaar (Adam, Eva). Das biblische Modell ist **nicht** mit unserem jetzigen Modell V=(G^m, G^f, η) verträglich. – Man kann aber die Axiome so abändern, dass V mit dem „Bibel-Modell" verträglich wird. Dazu ändere man (Ax-2) so ab: η: G\M→$G^m \times G^f$ ist Funktion die jedem k∈G\M genau ein

bzw. $q \in G^f$, das ***keine* Ehe** (im Sinne des Modells **V**) eingeht, ist ***maximal*** bzgl. der Verwandtschaftsordnung „<“.

(ii) Die jetzigen Axiome zusammen implizieren, dass man im Modell **V** die Menge **G** aller Individuen als abzählbar-**unendlich** anzusehen hat. Dies ist nicht weiter problematisch, da wir stets nur an **endlichen Ausschnitten** aus **G** interessiert sind.

(iii) Ist $\eta^{-1}(p, q) \neq \emptyset$, so ist jedes $k \in \eta^{-1}(p, q)$ bezüglich „<“ **oberer Nachbar**[10] von wenigstens einem der Elternteile p oder q.

(2.4.2) **(i)** η erzeugt auf **G** eine **Äquivalenzrelation** $\sim_\eta$ (reflexive, symmetrische, transitive binäre Beziehung), definiert für alle $x, y \in G$ durch:

Erzeugerpaar $(p, q) \in G^m \times G^f$ zuordnet. In der Tansitiven Hülle „<“ werde dann M als die Menge der bzgl. „<“ ***minimalen*** Elemente definiert. Setzen wir **M:={Adam, Eva}** mit $Adam \in G^m$, $Eva \in G^f$, und fordern, dass jede Kette in der geordneten Menge (G, <) nach unten durch ein $a \in M$ beschränkt sei, dann entspricht das dem Bibel-Modell. Im Alten Testament (vgl. Luther-Bibel, 1. Mose 4,25) zeugt das Ehepaar (Adam, Eva) eine Individuenmenge η^{-1}(Adam, Eva) bestehend aus drei Söhnen Kain, Abel, Seth, sowie mehreren (meist nicht benannten) Töchtern. Die ersten weiteren Nachkommen von Adam und Eva müssten also aus sog. „**Verwandtenehen**“ (siehe **Kap. 2.6**) hervorgegangen sein. Natürlich lassen wir in (G, <) ***maximale*** Elemente zu: Z.B. ist ein $p \in G^m$ maximal, wenn für jedes $q \in G^f$ gilt: $\eta^{-1}(p, q) = \emptyset$.

[10] In einer geordneten Menge (H, <) mit strikter Ordnung „<“ heißt y ein **oberer Nachbar** (unterer Nachbar) von x, wenn x<y gilt, und es ***kein*** $z \in H$ mit x<z<y gibt (wenn y<x gilt und es kein $z \in H$ mit y<z<x gibt).

$x \sim_\eta y :\Leftrightarrow \eta(x)=\eta(y)$, was natürlich bedeutet: x hat dieselben Eltern wie y. Die **Äquivalenzklasse** mit Repräsentant k ist die Menge **$[k]_\eta := \{y \in G \mid y \sim_\eta k\}$** $= \{y \in \mathbf{G} \mid \eta(y)=\eta(k)\}$ für beliebige $k \in \mathbf{G}$. Die Äquivalenzklassen von $\sim_\eta$ nenne ich auch die „**Kinderklassen**“.

(ii) Es gilt: $x \in [k]_\eta \Leftrightarrow [k]_\eta=[x]_\eta \Leftrightarrow k \sim_\eta x$; und $[k]_\eta \cap [y]_\eta = \emptyset$ für $y \notin [k]_\eta$. Die Äquivalenzrelation $\sim_\eta$ bewirkt also eine ***Partition*** [11] auf der Menge **G**. Die ***Quotientenmenge*** zu dieser Äquivalenzrelation ist **$G/\sim_\eta := \{[x]_\eta \mid x \in G\}$.**

Daraus folgt sofort:

(2.4.3) ***Jedes*** Individuum $k \in G$ gehört ***genau einer*** *Kinderklasse* an. Jede Kinderklasse besteht aus der Gesamtheit der Kinder ***genau eines*** Elternpaares.

(2.4.4) Für alle k, $r \in G$ gilt: $\eta(k) \neq \eta(r) \Leftrightarrow [k]_\eta \neq [r]_\eta \Leftrightarrow [k]_\eta \cap [r]_\eta = \emptyset$. In Worten: Elternpaare sind genau dann verschieden, wenn ihre Kinderklassen verschieden (und damit fremd) sind.

(2.4.5) **(i)** $\eta^{-1}(p, q) \neq \emptyset \Rightarrow p \in G^m$, $q \in G^f$.

(ii) Die Erzeugerabbildung η^{-1}, beschränkt auf Elternpaare (p, q) mit

[11] Auf einer Menge H heißt das Mengensystem P1, P2, … Pn eine **Partition** von H, wenn Pi≠∅ für alle i, Pi∩Pj=∅ für i≠j und P1 ∪ P2 ∪…∪ Pn = H.

$\eta^{-1}(p, q) \neq \varnothing$, ist ***bijektiv***, d.h. es gilt: $(p, q) \neq (p', q') \Leftrightarrow \eta^{-1}(p, q) \cap \eta^{-1}(p', q') = \varnothing$ für alle $p, p' \in G^m$, $q, q' \in G^f$.

(iii) Für alle $k \in G$: $\boldsymbol{\eta^{-1}(\eta(k)) = [k]_\eta}$ Mit anderen Worten: Ist $\eta^{-1}(p, q) \neq \varnothing$, so gilt: $\eta^{-1}(p, q) = [k]_\eta$ für jedes k, für das $\eta(k) = (p, q)$ gilt.

Anmerkung: Bei Menschen kann eine Ehe kinderlos bleiben. In unserem eher „biologisch" orientierten Modell zählen wir kinderlose Partnerschaften gar nicht als „Ehen"[12]

2.5 Die Basisfunktionen

Zum Benennen weiterer Verwandtschaften definieren wir folgende vier **Basisfunktionen**, aus denen später alle anderen Verwandtschaftsfunktionen abgeleitet werden.

(2.5.1) **Def.** der **Basisfunktionen** bezüglich eines Individuums $x \in \mathbf{G}$:

- $\mathbf{V^1(x)} := \mu\eta(x)$ „**Eltern**" von x siehe (2.2.1)
- $\mathbf{N^1(x)} := \mathbf{U}_{y \in G} [\eta^{-1}(x, y) \cup \eta^{-1}(y, x)]$ „**Kinder**" von x siehe (2.2.3)

[12] Das ist nicht ganz im Sinne moderner westlicher Auffassung von „Ehe". Z.B. wären „Homoehen" **keine** Ehen im Sinne unseres Modells, denn das würde der Forderung $G^m \cap G^f = \varnothing$ in (Ax-1) widersprechen. Man könnte das Modell erweitern, indem $H := G^m \cap G^f \neq \varnothing$ zugelassen würde; das würde aber doch einiges für **V** ändern.

- **GS(x)** := $[x]_\eta \setminus \{x\}$ „**Geschwister**“ von x
- **EP(x)** := $\{y \in G \mid (x, y) \in \mathbf{E}$ *oder* $(y, x) \in \mathbf{E}\}$ „**Ehepartner**“ von x.

Anmerkungen:

(i) Die Vereinigung bei $N^1(x)$ darf über beliebige y laufen, da $\eta^{-1}(x, y)=\emptyset$, falls $(x, y)\notin \mathbf{E}$.

(ii) In der Def. EP(x) ist berücksichtigt, dass ein Individuum auch ***mehrere*** Ehen mit verschiedenen Partnern des anderen Geschlechts eingehen kann.

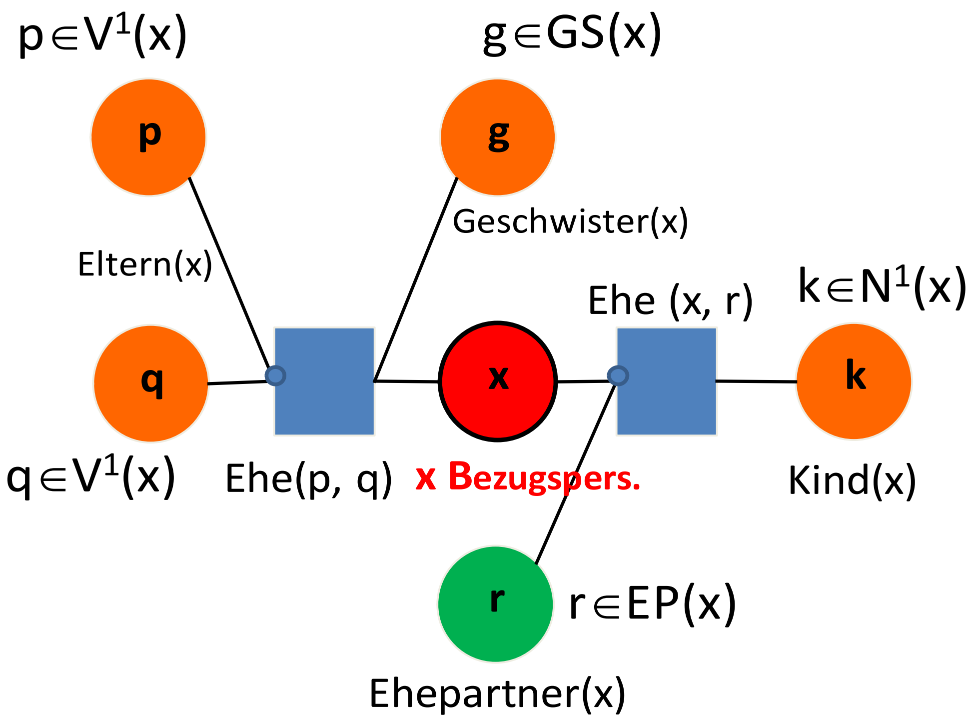
(iii) Da η eine *Abbildung (Funktion)* mit Def.-Bereich **G** sein soll, ist stets $\mathbf{V^1(x)\neq\emptyset}$**,** d.h., es gibt keine *minimalen* Elemente in der Verwandtschaftsordnung**.**

(iv) Die Mengen $N^1(x)$ bzw. EP(x) können jedoch auch leer sein, falls x keine Nachkommen hat (d.h. keine Ehe eingeht); in diesem Falle wäre x *maximal*.

(v) Schließlich ist $GS(x)=\emptyset$, falls x das einzige Kind seiner Eltern ist: $[x]_\eta = \{x\}$.

Die Abbildung **Abb.3** veranschaulicht die Basisfunktionen für ein Bezugsindividuum **x** gemäß dem Schema der **Abb.1**.

Abb.3: Die Basis-Verwandtschaftsfunktionen $V^1(x)$, $EP(x)$, $GS(x)$, $N^1(x)$



2.6 Verwandtenehen

In der Historie kamen immer wieder **Verwandtenehen** vor (zum Beispiel im alten Ägypten bei den Pharaonen, wo u.a. Geschwisterehen nicht selten waren). Werden in unserem Modell **V** Verwandtenehen ausgeschlossen? **Nein**: (Ax-3) schließt nur aus, dass ein Individuum k identisch mit einem seiner Vor- oder Nachfahren sei. Das Modell **V = (G^m, G^f, η)** gestattet viele Möglichkeiten von sog. „Verwandtenehen", die in realen heutigen realen Verwandtschaftssystemen zum Teil verboten sind.

Die einfachsten Beispiele für sogenannte **„Verwandtenehen"** sind:

(a) Fall einer ***Geschwister-Ehe (x, g)***:
$x \in GS(g) \cap EP(g)$, $g \in GS(x) \cap EP(x)$, $\eta(k) = (x, g)$, k ist Kind von (x, g).

(b) Fall einer ***Vater-Tochter-Ehe (v, t)***:
$t \in N^1(v) \cap EP(v)$, $v \in V1(t) \cap EP(t)$. t ist sowohl Tochter als auch Ehepartner von v; v ist sowohl Vater als auch Ehepartner von t. $\eta(k)=(v, t)$, $\eta(t)=(v, q)$; k ist sowohl Kind als auch Enkel von v.

(c) Fall einer ***Cousin-Cousinen-Ehe (x, c):***
x ist sowohl Cousin als auch Ehepartner von c. c ist sowohl Cousine als

auch Ehepartner von x. c ist sowohl Mutter als auch Tante „2. Grades“ von k. x ist sowohl Vater als auch Onkel „2.Grades“ von k.

Die Fälle (a) bis (c) zeigen Verwandtenehen zwischen **Blutsverwandten**. Der nächste Fall (d) zeigt eine Verwandtenehe zwischen **Nicht-Blutsverwandten**:

(d) Fall der Ehe (p‘, t) zwischen Tochter $t \in \eta^{-1}(p, q)$ und p‘= Stiefvater von t. t und p‘ sind nicht blutsverwandt.

Diese „Verwandtenehen“ stehen ***nicht in Konflikt*** **zur Verwandtschaftsordnung „<“** auf **G**.

Abb.5 zeigt die ersten 3 Beispiele für Blutsverwandten-Ehen. **Abb.6** zeigt das Beispiel (d) für eine Verwandtenehe zwischen Nicht-Blutsverwandten. Die **roten** Linien kennzeichnen die „kritische“ Verwandtschaftsbeziehung.

Abb. 5: Beispiele für Blutsverwandtenehen

Abb.5a: Geschwister-Ehe (x, g)

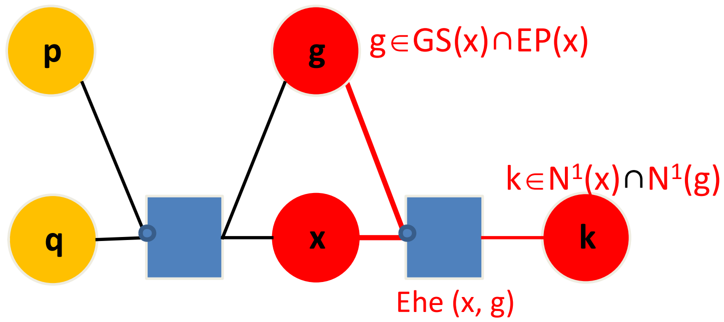


Abb.5b: Vater-Tochter-Ehe (v, t)

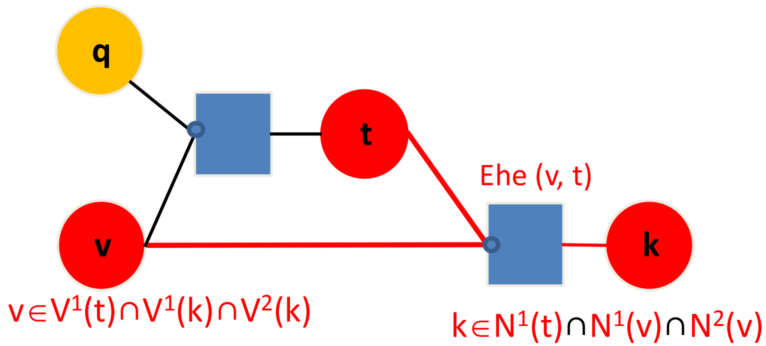


Abb.5c: Cousin-Cousine-Ehe (x, c)

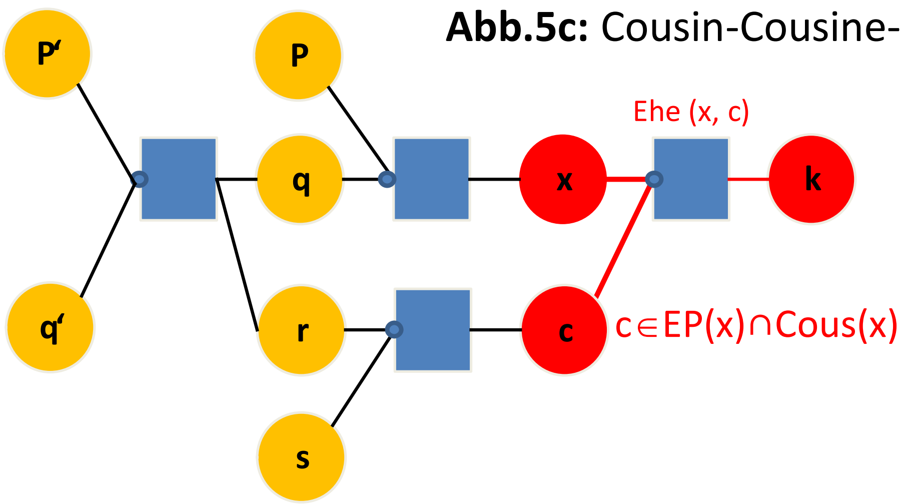
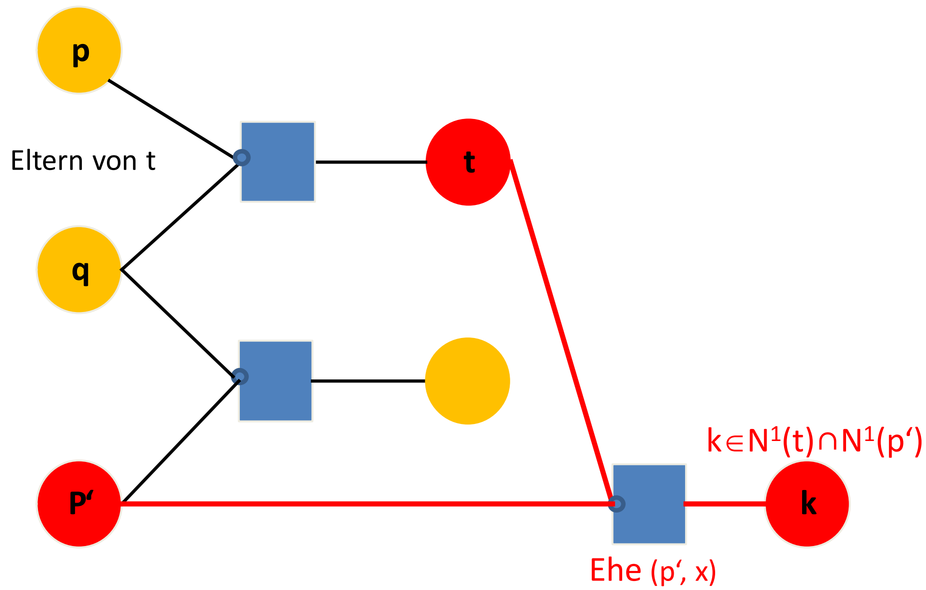


Abb. 6: Beispiel einer Verwandtenehe (p‘, t) zwischen Nicht-Blutsverwandten



3 Graphische Darstellung

Die intuitive Anwendung der Graphen vom Typ der **Abb.1** führte sowohl zu den folgenden graphischen Präzisierungen in diesem Kapitel 3 als auch schließlich zur Axiomatik im vorangegangenen Kapitel 2.

3.1 Suchpfadschema

Wie bereits in den Abbildungen 1, 3, 5, 6 praktiziert, stellen wir das Modell **V** in einem (endlichen) Ausschnitt **G'**$\subset$G als einen **Graphen (G', E'; K1, K2)** dar. Der Graph ist *„links→rechts-geordnet“* wegen der **Verwandtschaftsordnung** „<“ auf **G**. Er hat **zwei Knotentypen G'** und **E'**. G' ist die Menge der **Individuenknoten** (Kreise); E' ist die Menge der **Eheknoten** (Quadrate). Zur Veranschaulichung der folgenden Beschreibung halte man sich am besten an die **Abb.3**. Es gibt **zwei Kantentypen K1, K2**: Der erste Kantentyp **e---y**$\in$**K1** verbindet einen Eheknoten e=(p, q)=η(y) mit einem Kind-Knoten y$\in$G'; der zweite Kantentyp **x---e**$\in$**K2** verbindet einen Individuumknoten x mit einem Eheknoten e=(x, z) oder =(z, x). An einem Eheknoten e=(p, q)∈E‘ hängen also ***links*** immer ***genau zwei*** Kanten p---e, q---e∈**K2** für die Eltern e, und ***rechts*** ein oder mehrere Kanten e---k∈**K1** für die Kinder von e.

In den Programmen der von mir entworfenen Verwandtschafts-Datenbank hatte ich folgende nützlichen **Strings „k……x“** für ein **Suchpfadschema** benutzt: Am String-Anfang steht das Symbol „k“ für den Knoten des **Bezugsindividuums k**. Am Ende steht das Symbol „x“ für den Knoten des **Zielindividuums x.** Dazwischen wechseln sich die (nicht weiter indizierten) Symbole „e“ für einen „**Eheknoten**“ und „p“ für einen „**Individuumknoten**“ ab.

Zwischen diesen Symbolen stehen **Vorzeichen** „+“ oder „-“: Steht man bei einem „p“ und geht zum nächsten „e“ nach ***links***, so setzt man ein „-“; andernfalls geht man nach ***rechts*** und setzt ein „+“. Entsprechend: Steht man bei einem „e“ und geht nach ***links***, so setzt man ein „-“; andernfalls geht man nach ***rechts*** und setzt ein „+“.

(12) **Def.:** So ein String k…….x heiße ein „**Suchpfad von k nach x**“, wenn in ihm ***kein*** **Individuum- oder Ehe-Knoten doppelt oder mehrfach durchlaufen wird.** Der Suchpfad, der aus nur ***einem*** Individuum-Knoten k besteht, heiße ein „**Nullpfad**“.

Beispiele:

(0) k-e+k oder k+e-k ist ***kein*** Suchpfad, da k zweimal getroffen wird.
(1) k-e-x ergibt: x ist Vater oder Mutter von k.
(2) k-e-p-e+x ergibt: x ist Onkel/ Tante von k.
(3) k+e-x ergibt: x ist ein Ehepartner von k.
(4) k+e+x ergibt: x ist ein Kind von k.
(5) k+e+p-e+x ergibt: x ist Schwiegersohn / Schwiegertochter von k.
(6) k+e-p+e-x ergibt: x ist Copartner von k (d.h., ein weiterer Ehepartner des Ehepartners von k). Usw. usw. …

(13) **Def.:** Der „**inverse Suchpfad“** zu k……x ist x……k. In ihm sind Bezugs- und Zielindividuum vertauscht. Da die Suchrichtung umgekehrt ist, **kehren sich die Vorzeichen um**.

Beispiel: k……x = **k**+e+p-e+p-e+**x** ➔ dazu inverser Suchpfad:
x……k = **x**-e+p-e+p-e-**k**.

Jeder Suchpfad k……x besteht aus der Hintereinanderschaltung von je zwei Paaren von Kanten vom Typ **K1** oder **K2**. Gibt man jeder Kante vom Typ **K1** oder **K2** die **Länge** ½, so hat jeder Suchpfad als Länge eine nichtnegative **ganze** Zahl, die man am Suchpfad k……x folgendermaßen abzählt:

(14) **Def.:** Die **Länge** eines Suchpfades k……x sei mit **L(k……x)** bezeichnet. Der Zahlenwert von L(k……x) ist die *Anzahl der aufeinander folgenden, durch das Zwischen-Symbol „p" verbundenen Dreier-Teilstrings* ***k*****e*p, p*e*p, …, p*e**__**x**__ („*" steht hier abkürzend für „+" oder „-").

Beispiel: k……x = **k**-e-p-e+p-e+**x** besteht aus **3** Teilen **k**-e-p, p-e+p, p-e+**x**, die Länge des Suchpfads oder seines Inversen ist L(k……x)=L(x……k) = **3**.

Wie aus den Beispielen der **Abb.5** hervorgeht, kann es zwischen zwei Individuen ***mehrere*** Suchpfade geben. In **Abb.5c** gibt es z.B. zwischen q und k die Suchpfade $(q\ldots k)_1$ =q+e+x+e+k, $(q\ldots k)_2$ =q-e+r+e+c+e+k mit $L(q\ldots k)_1 = 2$, $L(q\ldots k)_2 = 3$.

(15) Ein paar Eigenschaften der Pfadlänge:

(i) L(k……x) = L(x……k).

(ii) L(k) =0 für jeden Nullpfad.

(iii) Ist $x \in V^1(k)$ oder $x \in N^1(k)$ oder $x \in EP(k)$ oder $x \in GS(k)$, so ist L(k……x) = 1.

(iv) Hat der Suchpfad x……y mit dem Suchpfad y……z nur den Knoten y gemeinsam, so ergibt die Hintereinanderschaltung wieder einen *Suchpfad* x……z, und es gilt L(x......y)+L(y……z) = L(x……z).

Beispiele.
Zu (i): Ist x Onkel von k, so ist k Neffe/Nichte von x. Ist der Suchpfad zwischen den beiden eindeutig, so hat er in beiden Richtungen ***dieselbe*** Länge 2.
Zu (iv): Ist x Onkel von y und y Ehepartner von z und $z \neq x$, so ist L(x.…y)=2, L(y….z) = 1, also L(x….z)=2+1=3.
Zu Abb.5c: Geht ein Mann x mit seiner Cousine c ***keine*** Ehe ein, so hat der Suchpfad $(x\ldots\ldots c)_1$ die Länge $L(x\ldots\ldots c)_1=3$. Geht aber x mit c ***eine Ehe ein***, so gibt es einen weiteren Suchpfad $(x\ldots\ldots c)_2$ mit der Länge $L(x\ldots\ldots c)_2 = 1$.

3.2 Einfacher Clan und rechnerischer Verwandtschaftsgrad rvg

L ist i. Allg. ***keine*** Funktion $G \times G \to \{0, 1, 2, \ldots\}$. Um aus L eine Funktion zu machen, muss man sich auf ein sog. „einfaches“ Teilgebiet von **G** beschränken.

(16) **Def. (i):** Ein Ausschnitt[13] **C**$\subset$G heiße ein „**einfacher Clan**“, wenn ***je zwei*** Individuen k, $x \in C$ durch ***genau <u>einen</u> ganz in C verlaufenden Suchpfad*** k……x (bzw. den inversen Suchpfad x……k) verbunden

[13] Es ist unerheblich, ob der einfache Clan $C \subset G$ endlich ist oder unendlich. Wir sind jedoch nur an *endlichen* Ausschnitten von G interessiert.

sind.

(ii): Jede Teilmenge D$\subseteq$**G**, die kein einfacher Clan ist, heiße ein **„komplexer Clan“.**

(17) **Def.:** In einem *einfachen Clan* **C$\subset$G** heiße die eindeutige Suchpfadlänge L(k.…x) der **„rechnerische Verwandtschaftsgrad“**[14] zwischen k und x und werde mit **rvg$_C$(k, x)** bezeichnet. **rvg$_C$:** ist eine *Funktion* C×C→{0,1,2,…} mit **rvg$_C$**(k, x)=**rvg$_C$**(x, k). **rvg$_C$**(k, k) sei stets der rvg für einen *Nullpfad*, und es gilt **rvg$_C$**(k, k)=0.

3.3 Umgebungen eines Bezugsindividuums

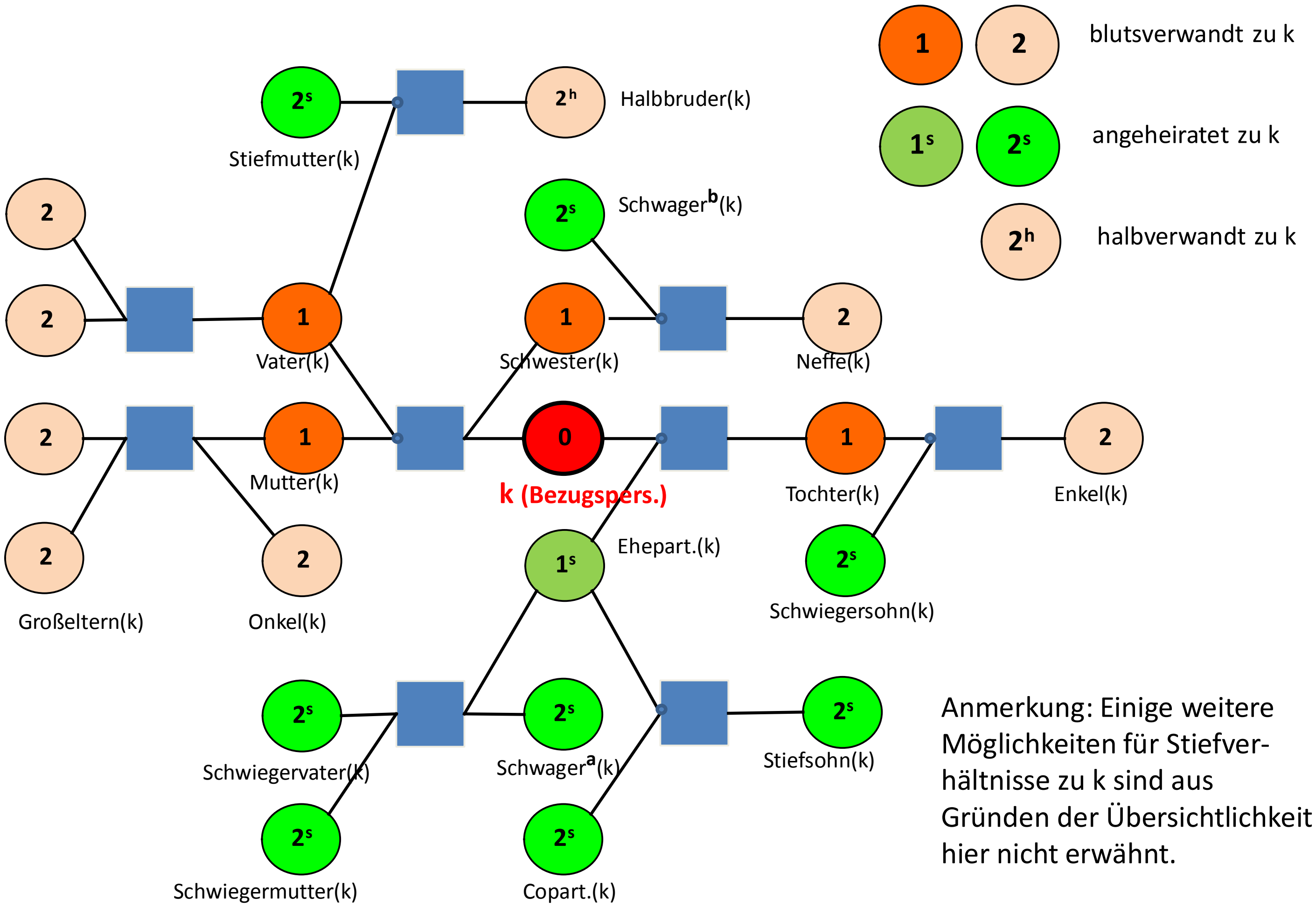
(18) **Def.:** In einem einfachen Clan C heiße die Individuenmenge **Umg(k, n) :={x$\in$C| rvg$_C$(k, x)$\le$n},** n$\in${0, 1, 2, …} eine „**Umgebung n-ten Grades**“ des Bezugsindividuums k $\in$C.

Abb.7 veranschaulicht die Umg(k, 2) eines Bezugsindividuums k in einem einfachen Clan C. Die Gradwerte sind folgendermaßen unterschiedlich dargestellt: rvg-Werte

[14] Der so eingeführte Verwandtschaftsgrad **rvg** ist ***einheitlicher*** als der traditionelle in Abb.2 definierte: Geschwister haben untereinander bei uns den *Verwandtschaftsgrad **1*** und nicht etwa 2 (wie in Abb.2).

ohne Index bedeuten eine **Blutsverwandtschaft**, der **Index** ^{h} eine **Halbverwandtschaft**, der **Index** ^{s} eine **Ehe-** oder **Co-Partnerschaft, eine Verschwägerung**, oder ein **Stiefverhältnis** zum Bezugsindividuum k (siehe auch Kap.4).

Abb.7: Umgebung 2-ten Grades eines Bezugsindividuums **k**



Anmerkung: Einige weitere Möglichkeiten für Stiefverhältnisse zu k sind aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nicht erwähnt.

3.4 Was ist eine „Generation"?

Die Vorzeichen in einem Suchpfad sind noch zu etwas anderem gut: Mit ihnen kann man *entlang jedem Suchpfad* k…..x einen ***Generationenabstand*** zwischen Bezugsindividuum k und Zielindividuum x feststellen. Dazu zählen wir im Suchpfad die „+" und die „-" Richtungen jeweils zusammen.

(19) **Def.:** Sei #(+; k……x) die Anzahl der „+" Richtungen, #(-; k……x) die Anzahl der „-" Richtungen im Suchpfad k……x.

(20) (i) Wegen Def.(13) für den inversen Suchpfad gilt:
#(+; k……x) = #(-; x……k) und **#(-; k……x) = #(+; x……k).**
(ii) Man stellt fest, dass die Differenz
#(+; k……x) – #(-; k……x) stets eine ***gerade ganze Zahl*** ist.

(21) **Def.:** Der „**Generationenabstand**" zwischen Startindividuum k und Zielindividuum x ***entlang einem Suchpfad*** k……x sei die ganze Zahl **ga(k……x) := [#(+; k……x) – #(-; k……x)]/2.**

Beispiele:

(1) In k-e-p-e+x ist ga(k……x) = -1; rvg(k, x)=2; x ist Onkel/Tante von k.

(2) In k-e-p-e+p+e+x ist ga(k….x)= 0; rvg(k, x)=3; x ist Cousin/Cousine von k.

Beachte: Auch der ga ist i.Allg. ***keine*** *Funktion* $G \times G \rightarrow \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$, sondern er hängt vom ***Suchpfad*** ab. **Abb.5b** zeigt ein Beispiel, wo zwei gleich lange Suchpfade zwischen q und k *unterschiedliche* Generationenabstände ergeben: Für $(q\ldots\ldots k)_1$:= q+e+x+e+k ergibt sich $L(q\ldots\ldots k)_1=2$, $ga(q\ldots\ldots k)_1=+2$; für $(q\ldots\ldots k)_2$:= q+e-p+e+k ergibt sich $L(q\ldots\ldots k)_2=2$, aber $ga(q\ldots\ldots k)_2 =+1$.

Um aus dem ga eine ***Funktion*** $C \times C \rightarrow \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2,\ldots\}$ zu machen, muss man sich wieder auf einen ***einfachen Clan*** **C**$\subset$ G beschränken.

(22) **Def.:** Sei C *einfacher Clan.* Die Funktion
rga$_C$: $C \times C \rightarrow \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2,\ldots\}$, definiert als der ga entlang dem eindeutigen Suchpfad x….y, heiße der **„rechnerische Generationenabstand“** von x nach y.

(23) Eigenschaften des rga in einem *einfachen Clan* C:
(i) $rga_C(x, x) = 0$ (für den Nullpfad eines jeden x);
(ii) $rga_C(x, y) = 0$ wenn z.B. $y \in GS(x)$ oder $y \in EP(x)$ oder $y \in HS(x)$ usw…;
(iii) $rga_C(x, y) = -rga_C(y, x)$;

(iv) $rga_C(x, y) + rga_C(y, z) = rga_C(x, z)$, sofern x……z ein aus x……y und y……z zusammengesetzter ***Suchpfad*** ist.

Damit können wir auf einem einfachen Clan **C**$\subset$G eine **Generationen-folge** bezüglich eines Bezugsindividuums k definieren.

(24) **Def. „Generation“:** Sei C einfacher Clan und k$\in$**C**.

(a) Die **Generation** von **k selbst** ist die Individuenmenge

$\mathbf{C_0(k) := \{x \in C \mid rga_C(k, x) = 0\};}$ und für n$\in$ {1, 2, 3, …}:

(b) Die **n-te Vorgeneration** von k$\in$C ist die Individuenmenge

$\mathbf{C_{-n}(k) := \{x \in C \mid rga_C(k, x) = -n\};}$

(c) Die **n-te Nachgeneration** von k$\in$C ist die Individuenmenge

$\mathbf{C_n(k) := \{x \in C \mid rga_C(k, x) = n\}.}$

(25) Satz: C sei einfacher Clan und x, y$\in$C. Es gilt x<°y (x ist Vater od. Mutter von y) genau dann, wenn y *oberer Nachbar* von x in der Verwandtschaftsordnung < ist.

Bew.: Sei x<°y, also auch x<y. Aus der Annahme, y sei nicht oberer Nachbar von x bzgl. „<“, würde folgen, es gäbe z$\in$C mit x<z<y. Dann gäbe es zwei verschiedene Suchpfade $(x.....y)_1$ =x+e+y und $(x.....y)_2$ = x+e …z…+e+y. Das aber widerspräche der Voraussetzung, dass C einfacher Clan ist.

(25*) **Folgerung**: In einem *einfachen Clan C* gehören in jeder Ehe $(p, q) \in E_C$ ***beide*** Eltern stets ***derselben Generation*** an, und diese ist stets die *unmittelbare Vorgeneration* von der ihrer Kinder.

Die beiden Aussagen (25), (25*) gelten bei komplexen Clans i.Allg. ***nicht mehr***, wie wir z.B. aus **Abb.5b** (Vater-Tochter-Ehe, siehe Kap.2.6) sehen. Das ist u.a. der Grund, warum wir bei der Definition weiterer Verwandtschaftsfunktionen in Kap.4 stets von einem ***einfachen*** und nicht von einem komplexen Clan ausgehen werden.

Um mehr Beispiele geben zu können, was die Generation eines Bezugsindividuums k sowie deren Vor- und Nachgenerationen enthalten, greifen wir etwas vor auf die erst in **Kap.4** definierten Bezeichnungen. Aus der **Tab.1** in Kap.5 ersieht man, falls C *einfacher Clan* (und genügen groß) ist:

C_0(k) enthält u.a.: $[k]_\eta$ die Kinderklasse, der k angehört, GS(k)$\subset[k]_\eta$ Geschwister von k, N1GSV1(k) Cousins/Cousinen von k, N2GSV2(k) Cousin/Cousine 2. Grades von k, EP(k) Ehepartner von k, CoP(k) Copartner von k, GSEP(k) und EPGS(k) Schwäger / -innen[a, b] von k, HS(k) Halbgeschwister von k, StS(k) Stiefgeschwister von k, SSw(k) Schwippschwäger/-innen von k, usw. …

C_{-1}(k) enthält u.a.: V^1(k) Eltern von k, GSV1(k) Onkel/Tanten von k, N1GSV2(k) Onkel /Tanten 2.Grades von k, V1EP(k) Schwiegereltern von k, GSV1EP(k) Schwieger-Großonkel/-tanten von k, CoPV1(k) Stiefeltern von k, usw. …

C_{-2}(k) enthält u.a.: V^2(k) Großeltern von k, GSV2(k) Großonkel/-tanten von k, V2EP(k) Schwiegergroßeltern von k, CoPV2(k) Stiefgroßeltern von k, usw. …

C_{-3}(k) enthält u.a.: V^3(k) Urgroßeltern von k, GSV3(k) Urgroßonkelt/-tanten von k usw. …

usw. …

C_1(k) enthält u.a.: N^1(k) Kinder von k, N1GS(k) Neffen/Nichten von k, N2GSV1(k) Neffen / Nichten 2.Grades von k, N3GSV2(k) Neffen / Nichten 3.Grades von k, EPN1(k) Schwiegersöhne/-töchter von k, N1GSEP(k), N1EPGS(k) Schwiegerneffen/-nichten[a, b] von k, N1HS(k) Halbneffen/-nichten von k, N1CoP(k) Stiefkinder von k, N1StS(k) Stiefneffen/-nichten von k, usw. ….

C_2(k) enthält u.a.: N^2(k) Enkel von k, N2GS(k) Großneffen/-nichten von k, N3GSV1(k) Großneffen/-nichten 2.Grades von k, N4GSV2(k) Großneffen/-nichten 3. Grades von k, EPN2(k) Schwiegerenkel von k, N2GSEP(k), N2EPGS(k), Schwiegergroßneffen/-nichten [a, b] von k, N2HS(k) Halbgroßneffen/-nichten von k, N2CoP(k) Stiefenkel von k, N2StS(k) Stiefgroßneffen/-nichten von k, usw. …

C_3(k) enthält u.a.: N^3(k) Urenkel von k, N3CoP(k) Stiefurenkel von k, N3GSEP(k) Schwieger-Urgroßneffen/-nichten von k, … usw. …

usw. …

Wir zeigen nun, dass in einem *einfachen Clan* **C**$\subset$G mit k$\in$C die Teilmenge C_0(k) gar nicht vom Bezugsindividuum k$\in C_0$(k) abhängt, sondern identisch mit C_0(x) für jedes x$\in G_0$(k) ist, und dass die Generationenfolge eine **Partition** des Ausschnitts **C** bildet.

(26) **Def.:** Sei C *einfacher Clan.* Die Relation $\sim_C$, definiert für beliebige x, y$\in$C durch **x$\sim_C$y :⇔ rga$_C$(x, y)=0,** ist eine ***Äquivalenzrelation*** auf C. Wir lesen **„x$\sim_C$y"** als: „x gehört in C **derselben Generation** an wie y". Die Relation $\sim_C$.

Bew.: Reflexivität gilt wegen (24)(i): rga$_C$(x, x)=0. Symmetrie wegen (24)(iii): rga$_C$(x, y)=0 $\Rightarrow$ rga$_C$ (y, x)=0. Transitivität wegen (24)(iv): rga$_C$(x, y)=0 u. rga$_C$ (y, z)=0 $\Rightarrow$ rga$_C$(x, z)=0.

(26*) **Def.:** Die ***Äquivalenzklasse*** von $\sim_C$ mit Repräsentant x schreiben wir **[x]$_C$**; sie bildet eine „**Generation**" auf C.

Mit der früheren Bezeichnung ist $\mathbf{C_0(x)=[x]_C}$, und es gilt: $x\in[y]_C \Leftrightarrow [x]_C=[y]_C$, sowie: $x\notin[y]_C \Leftrightarrow [x]_C\cap[y]_C=\emptyset$.

Bezogen auf einen Repräsentanten $k\in C$ bildet die Generationenfolge

$$\mathbf{\ldots, C_{-3}(k), C_{-2}(k), C_{-1}(k), [k]_C=C_0(k), C_1(k), C_2(k), C_3(k), \ldots}$$

die **Gesamtheit** der Generationen auf **C** und damit eine ***Partition*** von **C**. Die Quotientenmenge $\mathbf{C/\sim_C:=\{[x]_C \mid x\in C\}}$ ist dann die Menge all dieser Generationen in C. Nimmt man einen anderen Repräsentanten $x\in C$, der nicht der Generation von k angehört, so verschiebt sich einfach nur die *Nummerierung* … -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …der Generationen in C. Sie selbst bleiben davon unberührt.

Beachte: Der Terminus „Generationenabstand“ wird in der Literatur **anders verwendet:** Er wird mit Hilfe des ***Zeitfaktors*** bestimmt (dieser tritt in unserem Modell **V** ***gar nicht auf,*** *weil „Zeit“ kein mathemaischer Grundbegriff ist*). Der Terminus „Generation“ bezieht sich in der Literatur nur auf „*Blutsverwandte*“ eines Bezugsindividuums. Im Modell V gibt es diese Einschränkung auf Blutsverwandte nicht.

Zitat aus Wikipedia [7]: *„Der Generationenabstand, die Generationendauer oder die Generationenspanne ist der Durchschnitt der Altersdifferenz aller Kin-*

der zu Vater oder Mutter in Jahren. Entsprechend den Unterschieden im mittleren Heiratsalter von Mann und Frau ist die Generationenspanne zum Vater in der Regel größer als zur Mutter. In der Mutterlinie ergibt sich deshalb in zehn Generationen etwa eine Generationenspanne mehr als in der Vaterlinie.“

Falls C einfacher Clan ist, bekommt man mit dem *Suchpfadschema* (Kap. 3.1) ein anschauliches Kriterium für die Vergleichbarkeit / Unvergleichbarkeit in der Verwandtschaftsordnung „<“:

(27) **Def. Vergleichbarkeit in der Verwandtschaftsordnung „<“:** C sei *einfacher Clan*. k, $x\in C$ sind genau dann <-***vergleichbar***, wenn der Suchpfad k……x ***nur*** „-“ Zeichen oder ***nur*** „+“ Zeichen enthält. Wenn aber k……x sowohl „-“ als auch „+“ Zeichen enthält, sind k, x <-***un***vergleichbar.

In der Ordnungstheorie – vgl. z.B. [15]/Def.4/S.2 – hat man folgende beiden Begriffe, die auch für unsere Zwecke nützlich sind:

(28) **Def. Kette / Antikette:**

(i) Eine Teilmenge $\mathbf{K}\subseteq C$ heißt eine **Kette** in (C, $\leq$), wenn alle Individuen von **K** paarwiese untereinander <-vergleichbar sind, d.h. wenn für je zwei x, $y\in\mathbf{K}$ gilt: $x\leq y$ oder $y\leq x$.

(ii) Eine Teilmenge $\mathbf{A}\subseteq C$ heißt eine **Antikette** in (C, $\leq$), wenn je zwei verschiedene Individuen x, $y \in\mathbf{A}$ <-**un**vergleichbar sind.

In unserem Modell haben wir für beide Begriffe eine Verwendung:

(29) **C** $\subseteq$G sei wieder einfacher Clan:

(i) Jeder *Suchpfad* k……x in C, der ***nur „-“ Zeichen*** oder ***nur „+“ Zeichen*** enthält, ist eine ***Kette*** in (C, $\leq$), denn dann sind auch alle Zwischenglieder untereinander <-vergleichbar.

(ii) Für jedes Individuum k$\in$C bildet die *Generation* $C_0(k)$)=$[k]_C$ eine **Antikette** in (C, $\leq$), denn nach Def. (25) ist jedes x$\in C_0(k)=[k]_C$ weder Vorfahre noch Nachfahre von k; und da k nur ein Repräsentant der Generation $C_0(k)= [k]_C$ ist, ist jedes Paar x, y$\in C_0(k)$ <-unvergleichbar.

(30) **Def. Ordnung auf $C/\sim_C$**: Die Quotientenmenge $C/\sim_C$ ist die Menge all dieser Antiketten. Die Ordnung „<“ auf G induziert auf $C/\sim_C$ eine ***lineare* Ordnung**[15] „$\leq_C$“, die einfach durch $\mathbf{C_i(k) \leq_C C_j(k) :\Leftrightarrow i \leq j}$ definiert ist. „$\leq_C$“ nennen wir die **Gerationenordnung auf $C/\sim_C$.** Wir können die Generationenfolge dann einfach schreiben als

$$\ldots<_C C_{-3}(k)<_C C_{-2}(k)<_C C_{-1}(k)<_C [k]_C=C_0(k)<_C C_1(k)<_C C_2(k)<_C C_3(k)<_C \ldots$$

[15] Eine (strikte) Ordnung < auf einer Menge M heißt „**linear**“ (oder „total“), wenn je zwei verschiedene x, y$\in$M <-vergleichbar sind; wenn also stets x<y oder y<x gilt: Beispiel: Die geordnete Menge (**Z**, <) der ganzen Zahlen ist in natürlicher Weise linear geordnet mit …< n-2 < n-1 <n < n+1 < n+2 <… ist für alle n$\in$**Z**.

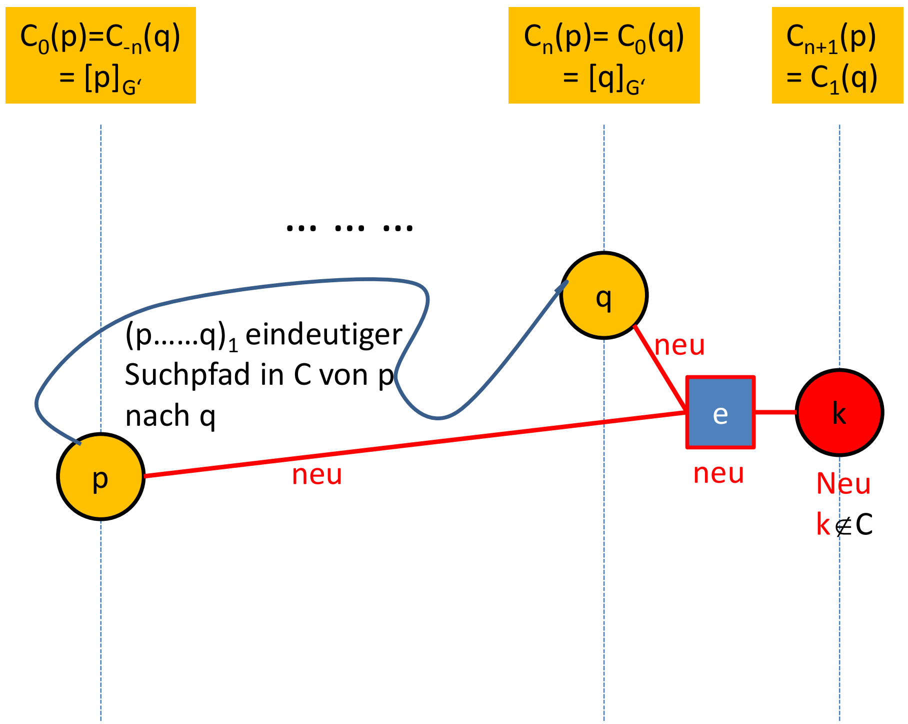
3.5 Generationenpartition bei komplexen Clans

Die Äquivalenzrelation $\sim_C$ und damit die Generationenfolge (Partition auf C) ist zunächst nur definiert, wenn der Ausschnitt **C** $\subset$G ein ***einfacher Clan*** ist. Sowie aber C zu einem komplexen Clan D erweitert wird, erhebt sich die **Frage**: **Gibt es im komplexen Clan D wieder eine Generationenpartition? –**

Antwort: Ja, sofern **D** schrittweise aus einem ***einfachen Clan*** konstruierbar ist.

Abb.7 veranschaulicht den Übergang vom einfachen Clan C$\subset$G nach dem komplexen D$\subset$G durch Hinzunahme *einer* Verwandtenehe.

Abb.7: Übergang vom einfachen Clan C zu einem komplexen Gebiet D durch Hinzunahme *einer* Verwandtenehe



Dies erläutern wir anhand ***einer*** neu hinzukommenden „Verwandtenehe".

Sei $C:=C^m \cup C^f$ ein *einfacher Clan.* $p \in C^m$, $q \in C^f$ seien gewisse Individuen mit $\boldsymbol{\eta^{-1}(p, q)=\emptyset}$ Da C einfach ist, gibt es in C ***genau einen*** Suchpfad $(p\ldots\ldots q)_1$ von p nach q.

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit nehmen wir z.B. $\mathbf{[p]_C \leq_C [q]_C}$ an. Wir setzen: $[p]_C = C_0(p)$, $[q]_C=C_n(p)=C_0(q)$, wobei n:= $\mathbf{rga_C}(p, q)$ der eindeutige rga von p nach q im einfachen Clan C ist.

Nun komme **e:=(p, q)** als ***eine einzige neue Ehe*** hinzu, die ***nicht*** zur Menge $\mathbf{E_C} \subseteq C^m x C^f$ der Ehen von C gehört. Dann kommt neben $(p\ldots\ldots q)_1$ ein zweiter Suchpfad $(p\ldots\ldots q)_2$ = **p**+e-**q** hinzu. Das so erweiterte Gebiet D *ist komplex*. Die neue Ehe habe die Kinderklasse $\boldsymbol{\eta^{-1}(p, q)=[k]_\eta \neq \emptyset}$; sie gehört ***nicht*** zu C: $[k]_\eta \not\subseteq C$. Wegen p<x, q<x für alle $x \in [k]_\eta$ in der **Verwandtschaftsordnung „<" passiert nichts Neues** bis zur Generation $C_n(p) = C_0(q)=[q]_C$ einschließlich, denn jedes $x \in [k]_\eta$ ist – nach der Vereinbarung $\mathbf{[p]_C \leq_C [q]_C}$ – ***oberer Nachbar* von q** [vgl. (2.4.1)(iii)]; das neue $[k]_\eta$ kommt also zur ***nächsten*** alten Generation $C_{\mathbf{1}}(q)$ **hinzu**.

Das neue, komplexe Gebiet D entsteht folgendermaßen aus C durch Hinzunahme der ***einen neuen Ehe (p, q)*** und deren Nachkommen.

Wir setzen:

$D_i(q) := C_i(q)$ für jedes $i \in \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$,

$D_1(q) := C_1(q) \cup [k]_\eta$ und

$D_j(q) := C_j(q) \cup \mathbf{U}_{x \in [k]\eta} N^j(x)$ für jedes $j \in \{1, 2, 3, \dots\}$.

Die Folge …, $D_{-2}(q)$, $D_{-1}(q)$, $D_0(q)$, $D_1(q)$, $D_2(q)$,… bildet offensichtlich wieder eine **Partition** von D.

Nimmt man eine weitere Ehe (p‘, q‘) hinzu, die noch nicht in der Menge $\mathbf{E_D}$ der Ehen von D vorhanden ist, so verfahre man ganz analog. Auf diese Weise kann man**, ausgehend von einem einfachen Clan C**$\subset$G, schrittweise einen beliebig komplexen Ausschnitt **F** konstruieren, der wieder eine **Generationenpartition** mit neuer linearer Ordnung $\leq_F$ aufweist.

Man kann also bei jedem komplexen Clan **F**, der, wie eben beschrieben, aus einem einfachen Clan hervorgeht, ebenfalls eine ***Funktion*** $rga_F(x, y)$ für den **rechnerischen Generationenabstand** definieren.

3.6 Anmerkung zum sog. „Ahnenschwund“

In einem einfachen Clan C hat ein Individuum $x \in C$ 2 Eltern, $2^2=4$ Großeltern, $2^3=8$ Urgroßeltern und allgemein in der n-ten Vorgeneration $C_{-n}(x)$: 2^n Vorfahren. Die Summe der Vorfahren von x bis hinunter zur n-ten Vorgeneration ist $A_C(x, n)= 2^1+2^2+\dots+2^n$.

Wird C zu einem komplexen Clan D erweitert, treten also *Verwandtenehen* auf, so nimmt die Anzahl $A_D(x, n)$ der Vorfahren von x demgegenüber ab, weil einige Vorfahren von x zu verschiedenen Vorgenerationen gezählt werden: $A_D(x, n) < A_C(x, n)$. Das nennt man in der Literatur **„*Ahnenschwund*"** oder **„*Ahnenverlust*"**, vgl. z.B. Wikipedia [12].
Beispiele:

Abb.5b zeigt eine Blutsverwandtenehe, wo der Vorfahr v von k sowohl Vater als auch Großvater von k ist. Treten außer dieser Vater-Tochter-Ehe keine weiteren Verwandtenehen in D auf, so ist $A_D(k, 2)$=1+4=5 (und nicht 6).

Abb.5a zeigt eine Geschwisterehe (ebenfalls eine Blutsverwandtenehe). Die Eltern von k sind Geschwister x, g. Es gib also nur 2 statt 4 Großeltern von k. Treten außer dieser Geschwisterehe keine weiteren Verwandtenehen auf, so ist $A_D(k, 2)$=2+2=4 (und nicht 6).

Abb.5c zeigt eine Cousin-Cousinen-Ehe (ebenfalls eine Blutsverwandtenehe) mit Kind k. Der Ahnenverlust macht sich erst in der 3-ten Vorgeneration zu k bemerkbar:
$A_D(k, 2)= 2^1+2^2= 6$ (wie bei einem einfachen Clan), aber $A_D(k, 3)$= 2+2=4 (und nicht 14), sofern in D keine weitere als diese Verwandtenehe auftritt.

Treten mehr als nur eine Verwandtenehen im komplexen Clan D auf, so gib es zu wenigstens einem Paar $x, y \in D$ auch mehr als 2 Suchpfade von x nach y.

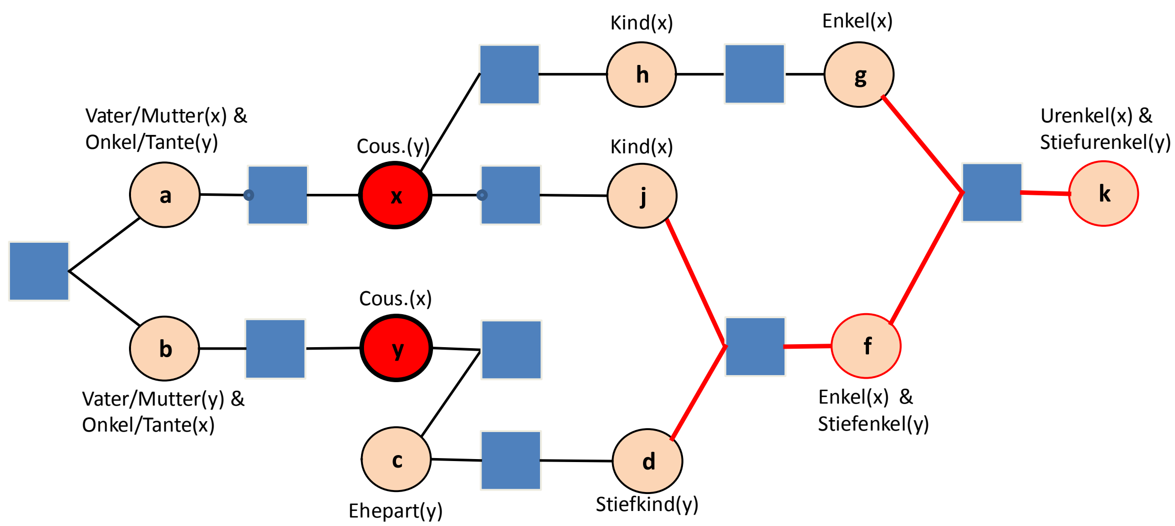
Abb.8 zeigt ein Beispiel eines komplexen Clans D, wo es zwischen zwei Individuen **x, y**$\in$D sogar **3 Suchpfade gibt:**

Suchpfad $(x......y)_1$ = **x**-e-a-e+b+e+**y,** rvg$(x, y)_1$ = 3, rga$(x, y)_1$ = 0.
Suchpfad $(x......y)_2$ = **x**+e+j+e-d-e-c+e-**y,** rvg$(x, y)_2$ = 4, rga$(x, y)_2$ = 0.
Suchpfad $(x......y)_3$ = **x**+e+h+e+g+e-f-e-d-e-c+e-**y**, rvg$(x, y)_3$ = 6, rga$(x, y)_3$ = 0.

Trotzdem besteht, wie in Kap.3.5 gezeigt, auch hier eine **Generationenpartition**.

Dabei sind die Symbole für die (verschiedenen) Ehen einheitlich mit „e" bezeichnet (wie in Kap.3.1 vereinbart). Die Individuenknoten sind jedoch mit **x, y**, a, b, c, d, f, g, h, j, k unterschiedlich bezeichnet. Die „kritischen" Kanten, die zu mehr als einem Suchpfad zwischen x, y führen, sind in Abb.8 **rot** eingezeichnet. Elemente, welche diese kritischen Suchpfade nicht betreffen, sind der Übersicht halber in Abb.8 weggelassen.

Abb.8: Beispiel für ein komplexes Teilgebiet D, wo es zwischen zwei Individuen **x, y** sogar 3 verschiedene Suchpfade gibt.



3.7 Verbindung zweier verschiedener einfacher Clans zu einem neuen einfachen Clan

In der Individuen-Gesamtmenge **G** kann man viele verschiedene *einfache Clans* als Teilgebiete von **G** auswählen.

Def.: Zwei verschiedene einfache Clans C_a, $C_b \subset$ **G** nennen wir „**verbindungsfremd**", wenn $C_a \cap C_b = \emptyset$ gilt, und wenn **kein** $x \in C_a$ mit irgendeinem $y \in C_b$ durch einen **Suchpfad** verbunden ist.

In diesem Falle wäre auch jedes $x \in C_a$ mit jedem $y \in C_b$ <-unvergleichbar gemäß der aus (Ax-3) abgeleiteten Verwandtschaftsordnung „<" auf **G**. Ferner wären die Generationen von C_a und C_b ebenfalls „unvergleichbar", d.h.: für jedes $x \in C_a$, $y \in G_b$ wäre $[x]_{Ca'}$ und $[y]_{Cb}$ unvergleichbar bzgl. der **linearen** Ordnungen $\leq_{Ca}$ und $\leq_{Cb}$. Würde man nun ***eine*** neue Ehe (p, q) mit $p \in C_a$, $q \in C_b$ und $p \in G^m$, $q \in G^f$ und $\eta^{-1}(p, q) \neq \emptyset$ hinzunehmen, so entstünde aus C_a, C_b ein *einfacher* Clan $C_{ab} := C_a \cup C_b \cup$ [Nachkommen von (p, q)], wobei die C_a , C_b durch den „Flaschenhals" (p, q) verbunden sind.

Dabei ist Folgendes zu beachten: Zwei verbindungsfremde einfache Clans C_a, C_b lassen sich i. Allg. zu ganz ***unterschiedlichen*** einfachen Clans C_{ab}, C'_{ab}, C''_{ab}, … verbinden: Das Ergebnis ist abhängig von den gewählten „verbindenden Ehen" (p, q), (p', q'), (p'', q''), … (mit p, p', p'', …$\in C_a$; q, q', q'', … $\in C_b$).

4 Verwandtschaftsfunktionen

In diesem Kapitel leiten wir aus den **vier Basisfunktionen** (vgl. Kap.2.5) in unserem mathematischen Modell $\mathbf{V = (G^m, G^f, \eta)}$ für einen beliebigen, genügend großen aber ***einfachen Clan*** C⊂**G** ***viele*** **Verwandtschaftsfunktionen** ab. Sie ordnen einem Bezugsindividuum k∈C je eine Verwandtengruppe zu. Die Verwandtengruppen bekommen die üblichen Verwandtschaftsbezeichnungen, soweit diese gebräuchlich sind. In komplexeren Fällen müssen wir „Kunstnamen" einführen. Damit wollen wir zeigen, dass unser Modell recht gut – wenn auch nicht „vollständig" – auf reale Verwandtschaftsnetze ***passt***.

Anmerkung: Eine recht ausführliche Liste für neuere und auch ältere deutsche Verwandtschaftsbezeichnungen, auch mit historischen Hinweisen, findet man in [1*].

Anmerkung: Wenn von „***Blutsverwandtschaft***" oder „***Verschwägerung***" oder „***Stiefverhältnis***" gesprochen wird, ist das auf ***ein einzelnes Individuum k∈G*** zu beziehen. Dieses wird in der Literatur oft als „Ego" / „Ich" / „Proband" / „Testperson" / „Bezugsindividuum" bezeichnet. Lässt man den Hinweis auf das Bezugsindividuum weg, wie das bei Verwandtschaftsbeschreibungen oft der Fall ist [z.B. teilweise auch in den Wikipedia-Artikeln – siehe die Literatur in Kap.6] – so werden solche Beschreibungen ***hoffnungslos undurchsichtig***.

Im Folgenden wird bei jeder Verwandtengruppe der ***rechnerische Verwandtschaftsgrad rvg$_C$***(x, y) und der ***rechnerische Generationenabstand* rga$_C$**(x, y) eines Suchpfads von x nach y angegeben. Die Funktionen rvg und rga sind stets auf den gewählten *einfachen Clan* **C** $\subset$ G bezogen, sie müssten daher eigentlich stets mit **rvg$_C$** und **rga$_C$** notiert werden. Bei den nachfolgenden Angaben schreibe ich der Einfachheit halber aber oft „rvg(x, y)“, „rga(x, y)“ statt „rvg$_C$(x, y))“, „rga$_C$(x, y)“, wenn C feststeht.

Nun definieren wir mit Hilfe der Mengendarstellung der **Basisfunktionen** (Kap. 2.5) viele weitere Verwandtschaftsfunktionen – ebenfalls in ***Mengendarstellung*** – in folgenden 3 Bereichen:

- **„Blutsverwandtschaften“,** eingeteilt in:
  * „Vor- und Nachfahren“ eines Bezugsindividuums k,
  * „Seitenlinien“ dazu,
- **„Verschwägerungen“,** eingeteilt in:
  * „Verschwägerungen“ („Schwägerschaften“) eines Bezugsindividuums k,
  * „Seitenlinien“ dazu,
- **„Halbverwandtschaften“ und „Stiefverhältnisse“** eines Bezugsindividuums k.

Anmerkung zu den Gradbezeichnungen und Werten für den rvg$_C$(k, x):

- Bei „Blutsverwandtschaften“ zu k nenne ich **rvg** den „*Verwandtschaftsgrad*“, und gebe die rvg-Werte mit **1, 2, 3, …** an.

- Bei Halbverwandtschaften zu k nenne ich den **rvg** „*Halbverwandtschaftsgrad*“, und gebe die rvg-Werte mit $\mathbf{1^h, 2^h, 3^h, \ldots}$ an.
- Bei Verschwägerungen oder Stiefverhältnissen zu k nenne ich den **rvg** „*Verschwägerungsgrad*“ bzw. „*Stiefverwandtschaftsgrad*“, und gebe die rvg-Werte mit $\mathbf{1^s, 2^s, 3^s, \ldots}$ an. Der Index ^{s} soll andeuten, dass in $rvg_C(k, x)$ x ***nicht***-„blutsverwandt“ zu k ist.

Anmerkung zur Nomenklatur der Verwandtschaftsfunktionen:
Beispiel **N2GSV1(k)** := $\mathbf{U}_{x \in GSV1(k)} N^2(x)$: Die Nomenklatur „N2GSV1(k)“ ist von mir so gewählt, wie man es in deutscher Ausdrucksweise ausspricht: „Die Nachfahren 2-ten Grades [N2] der Geschwister [GS] der Vorfahren 1-ten Grades [V1] von k“. Prozessoral versteht ***Karl Erich Wolff*** es besser, wenn man „N2GSV1(k)“ umgekehrt liest: *„Gehe aus von k; bilde die Vorfahren 1-ten Grades von k [V1(k)]; nimm deren Geschwister [GS]; nimm deren Nachkommen 2-ten Grades [N2]“*. – Welche Reihenfolge in der Nomenklatur der Verwandtschaftsfunktionen man wählt, ist m. E. Geschmackssache. Ich habe mich für die **Sprechweise in der deutschen Sprache** entschieden und will dabei bleiben.

4.1 „Blutsverwandtschaften“

Anmerkung zu „Blutsverwandtschaft“ und „Adoption“: *Verschiedene* ***Ehen*** *zeugen verschiedene* ***Kinder(klassen)****, und ein* ***Kind*** *kann nicht zwei verschiedene* ***Elternpaare*** *haben* – das geht bereits ganz zu Anfang aus unserem Modell hervor. Damit scheint u.a. die **Adoption** von Kindern in unserem Modell nicht berücksichtigt. Man kann das Modell aber auch so anwenden, dass **Adoptivkinder** *genauso behandelt* werden, als wären sie „natürliche“ Kinder. Dabei darf aber dann das **biologische Elternpaar des Adoptivkindes im Modell *nicht erwähnt*** werden. – Daher wird in unserer Note ***Bluts-verwandtschaft*** in **„…“** gesetzt.

4.1.1 Vor- und Nachfahren eines Individuums

Umgangssprachlicher Merksatz: Meine Vorfahren sind meine Eltern, Großeltern, Urgroßeltern usw. … Meine Nachfahren sind meine Kinder, Enkel, Urenkel usw. …

(40) **Def. „Vorfahren“** eines Individuums $k \in \mathbf{G}$:

- $V^1(k) := \mu\eta(k)$ **„Eltern“** – Vorfahren **1-ten Grades** von k. rvg(k. x) =1
- $V^2(k) := \mathbf{U}_{x \in \mu\eta(k)} V^1(x)$ **„Großeltern“** – Vorfahren **2-ten Grades** von k, (das sind die Eltern der Eltern von k). rvg(k, x)=2
- $V^3(k) := \mathbf{U}_{x \in \mu\eta(k)} V^2(x)$ **„Urgroßeltern“** – Vorfahren **3-ten Grades** von k; (das sind die Eltern der Eltern der Eltern von k). rvg(k, x) =3.

usw. – Allgemein für $i \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$:

- $\mathbf{V^{i+1}(k) := U_{x \in \mu\eta(k)} V^i(x)}$ **Vorfahren (i+1)-ten Grades** von k, (das sind die Eltern der Vorfahren i-ten Grades von k). rvg(k,x)=i+1.

(41) **Def. „Nachfahren“** eines Individuums $k \in \mathbf{G}$:

- $N^1(k) := \mathbf{U}_{y\in G}[\eta^{-1}(k, y) \cup \eta^{-1}(y, k)]$ **„Kinder“** von k – Nachfahren **1-ten Grades** von k**;** rvg(k, y)=1.
- $N^2(k) := \mathbf{U}_{x\in N^1(k)} N^1(x)$ **„Enkel“** von k – Nachfahren **2-ten Grades** von k, rvg(k, x)=2, (das sind die Kinder der Kinder von k).
- $N^3(k) := \mathbf{U}_{x\in N^1(k)} N^2(x)$ **„Urenkel“** von k – Nachfahren **3-ten Grades** von k, rvg(k, x)=3, (das sind die Kinder der Kinder der Kinder von k).

usw. – Allgemein für $i\in\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$:

- $\mathbf{N^{i+1}(k) := U_{x\in N^1(k)} N^i(x)}$ **Nachfahren (i+1)-ten Grades** von k, (das sind die die Kinder der Nachfahren i-ten Grades von k), rvg(k, x)=i+1.

Die **Abbildungen 4.1, 4.2** zeigen die ersten Vor- bzw. Nachfahren des Bezugsindividuums x. In jedem Individuenknoten ist **eine Zahl** angegeben; das ist der „***rechnerische Verwandtschaftsgrad***“ $rvg_C(x, y)$; (vgl. **Kap.3.2**).

Abb.4.1: Vorfahren von **x**

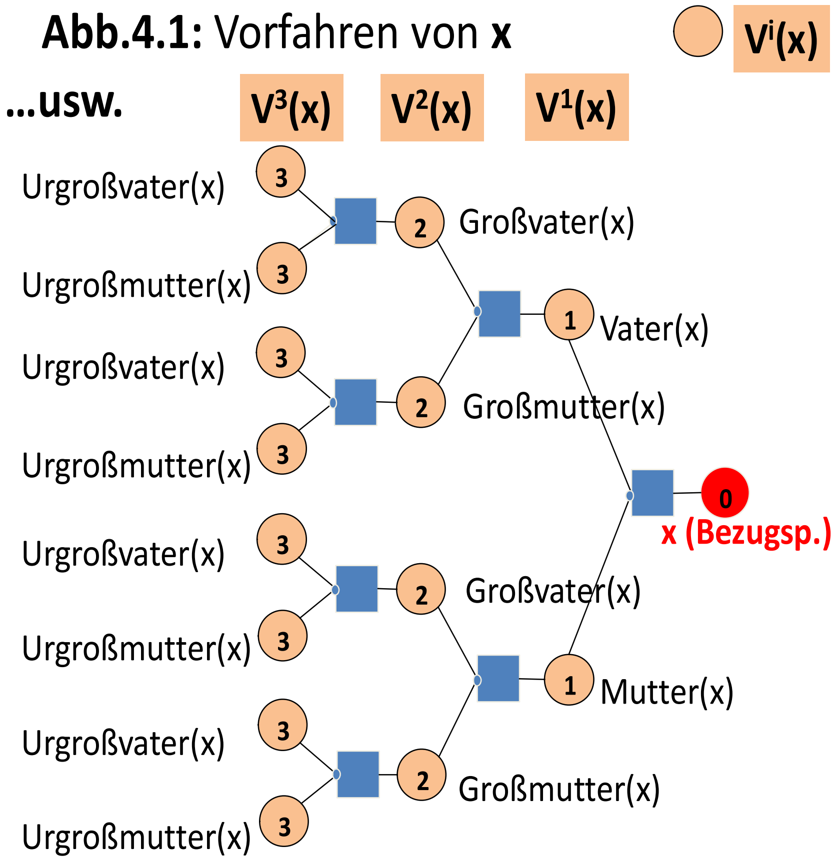
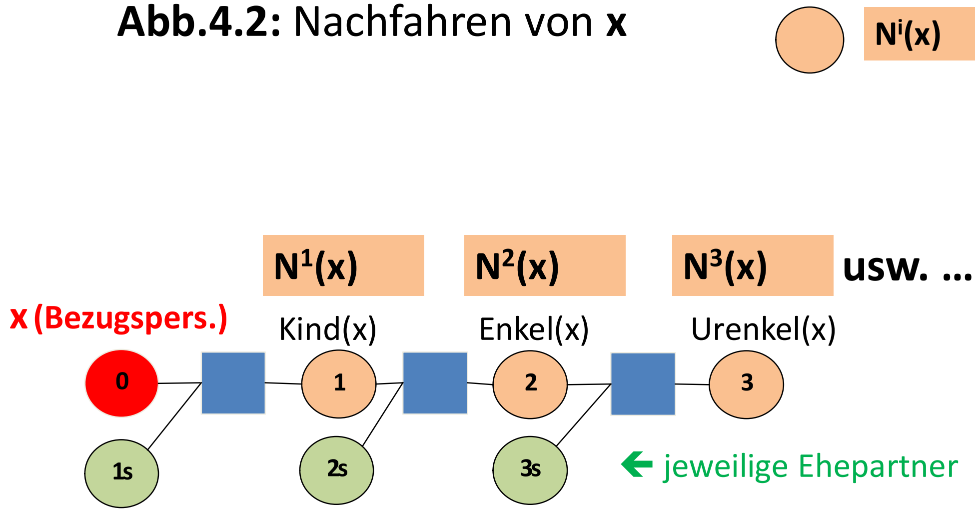


Abb.4.2: Nachfahren von **x**



Anmerkung: es ist jeweils nur *ein* Ehepartner und *ein* Nachkomme eingezeichnet. Es können mehrere sein.

Anmerkung: Die Folge …, $V^3(k)$, $V^2(k)$, $V^1(k)$, k, $N^1(k)$, $N^2(k)$, $N^3(k)$, … heißt in der traditionellen Literatur die **„gerade Linie"** der „Blutsverwandtschaften" von k.

4.1.2 Seitenlinien zu den Vor- und Nachfahren eines Individuums

Umgangssprachlicher Merksatz: *Es geht um die Geschwister von mir und meinen Vorfahren, sowie um die Nachfahren meiner Geschwister. Meine Großonkel/-tanten „ersten u. höheren Grades", meine Onkel/Tanten „ersten u. höheren Grades", meine Geschwister, meine Cousins/Cousinen (= Vettern/Basen) „ersten u. höheren Grades", meine Neffen/Nichten „ersten u. höheren Grades", meine Großneffen/-nichten „ersten u. höheren Grades" usw. … sind nicht meine eigenen Vor- oder Nachfahren. Es sind meine „Blutsverwandten auf den* ***Seitenlinien****".*

Um diese im mathematischen Modell zu definieren, gehe ich aus von der Menge **GS(k)** der ***Geschwister*** x eines Bezungsindividuums $k \in \mathbf{C}$ – $rvg_C(k, x) = 1$.

Anmerkung: Der rechnerische Verwandtschaftsgrad eines Geschwisters zu k ist **1**. In Wikipedia [1] (vgl. Abb.2) wird er mit 2° angegeben, und das finde ich (wie schon oben bemerkt) für meine Belange *inkonsequent*!

Mit Hilfe von GS(…) können nun alle „Blutsverwandten" des Probanden **k** in den „***Seitenlinien***" als Nachfahren von ***Geschwistern***, bzw. von ***Geschwistern*** von ***Vorfahren*** von k, definiert werden.

(42) **Def.** der **„Seitenlinien"** eines Individuums k:

$GS(k) := [k]_\eta \setminus \{k\}$ „**Geschwister**" von k, rvg(k, x)=1.

$GSV1(k) := \mathbf{U}_{x \in V^1(k)} GS(x)$ „**Onkel / Tanten**" von k, rvg(k, x)=2.

Das sind die Geschwister d. Eltern von k.

GSV2(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^2(k)}$ GS(x) „**Großonkel/-tanten**“ von k – rvg(k, x)= 3.
Das sind die Geschwister der Großeltern von k

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- GSV**i**(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^i(k)}$ GS(x) **Seiten-Vorfahren (i+1)-ten Grades** von k
  Das sind die Geschwister der Vorfahren i-ten Grades von k – rvg(k, x) = i+1.

  N1GS(k) := $\mathbf{U}_{x \in GS(k)}$ N^1(x) „**Neffen / Nichten**“ von k
  Das sind die Kinder der Geschwister von k – rvg(k, x)= 2.

  N2GS(k) := $\mathbf{U}_{x \in GS(k)}$ N^2(x) „**Großneffen /-nichten**“ von k
  Das sind die Enkel der Geschwister von k – rvg(k, x)= 3.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- N**i**GS(k) := $\mathbf{U}_{x \in GS(k)}$ $N^{\mathbf{i}}$(x) **Seiten-Nachfahren (i+1)-ten Grades** von k
  Das sind die Nachfahren i-ten Grades der Geschwister von k – rvg(k, x)= i+1.

Die **Abbildungen 4.3, 4.4** zeigen zu einem Bezugsindividuum k dessen Geschwister und die Seiten-Vor- und Nachfahren, also die Geschwister der Vorfahren von k und die Nachfahren der Geschwister von k.

Abb.4.3: Seiten-Vorfahren von **k** via Geschwister

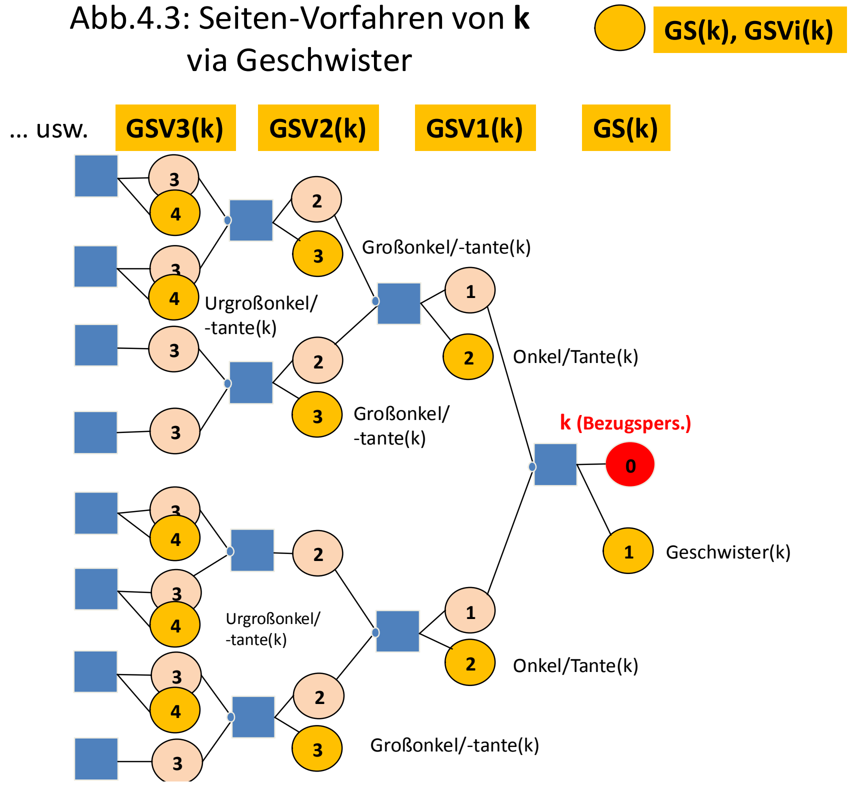
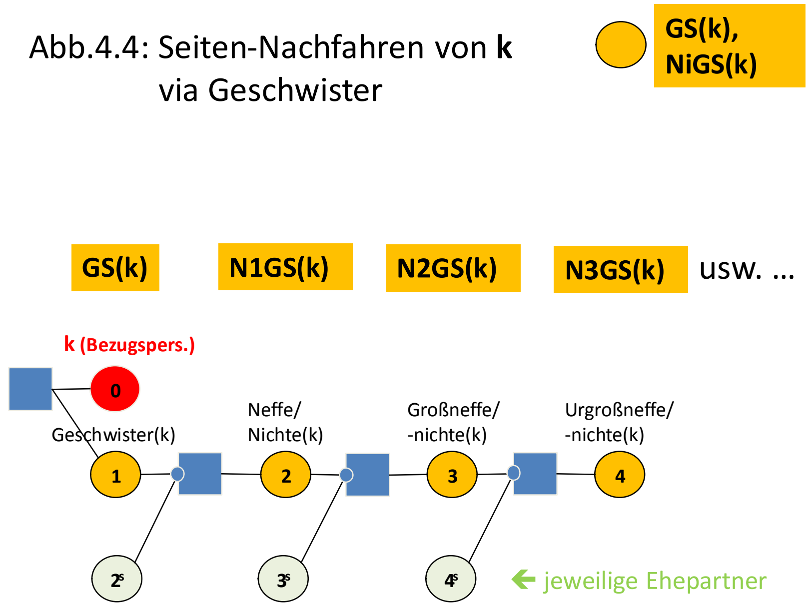


Abb.4.4: Seiten-Nachfahren von **k** via Geschwister



Anmerkung: Es ist übersichtshalber jeweils nur *ein* Geschwister, nur *ein* Geschwisternachfahre und nur ein Ehepartner eingezeichnet.

Nun die Nachfahren von Geschwistern von Vorfahren des Bezugsindividuums k:

$N1GSV1(k) := \mathbf{U}_{x \in GSV1(k)} N^1(x)$ „**Cousins / Cousinen**“ (= „Vettern/Basen“) von k.

Das sind die Kinder der Onkel/Tanten von k – rvg(k, x)= 3.

$N2GSV1(k) := \mathbf{U}_{x \in GSV1(k)} N^2(x)$ „**Neffen/Nichten** *‚2-ten Grades‘* “ [16] von k.
Das sind die Enkel der Onkel/Tanten von k – rvg(k, x)= 4.

$N3GSV1(k) := \mathbf{U}_{x \in GSV1(k)} N^3(x)$ „**Großneffen/-nichten** *‚2-ten Grades‘* “ von k.
Das sind die Großenkel der Onkel/Tanten von k – rvg(k, x)= 5.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- $NiGSV1(k) := \mathbf{U}_{x \in GSV1(k)} N^i(x)$ **Seiten-Nachfahren (i+2)-ten Grades** von k.
Das sind die Nachfahren i-ten Grades der Onkel/Tanten von k. – rvg(k, x)= i+2.

$N1GSV2(k) := \mathbf{U}_{x \in GSV2(k)} N^1(x)$ **„Onkel / Tanten** *‚2-ten Grades‘* **“** von k.
Das sind die Kinder der Großonkel/-tanten von k – rvg(k, x)= 4.

$N2GSV2(k) := \mathbf{U}_{x \in GSV2(k)} N^2(x)$ „**Cousins / Cousinen** *‚2.Grades‘* “
Das sind die Enkel der Großonkel/-tanten von k – rvg(k, x)= 5.

$N3GSV2(k) := \mathbf{U}_{x \in GSV2(k)} N^3(x)$ „**Neffen/Nichten** ‚3-ten Grades‘ “ von k.
Das sind die Urenkel der Großonkel/-tanten von k – rvg(k, x)= 6.

[16] **Beachte:** Im Namen „Neffen/Nichten *‚2-ten Grades‘* “ ist der Namenszusatz ‚2-ten Grades“ historisch und hat **nichts zu tun mit dem rvg(k, x).** Entsprechendes gilt für weitere Verwandtschaftsnamen, in denen ein Namenszusatz „y-ten Grades“ vorkommt.

N4GSV2(k) := $\mathbf{U}_{x \in GSV2(k)}$ $N^4(x)$ **„Großneffe/ Großnichte** *‚3. Grades‘* **“** von k.
Das sind die Ur-urenkel der Urgroßonkel/-tanten von k
– rvg(k, x)= 7.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- NiGSV2(k) := $\mathbf{U}_{x \in GSV2(k)}$ $N^i(x)$ **Seiten-Nachfahren (i+3)-ten Grades** von k.
Das sind die Nachfahren i-ten Grades der Großonkel/-tanten von k – rvg(k, x)= i+3.

usw. – Allgemein für i, j ∈ {1, 2, 3, …}:

- **NiGSVj(k) := $\mathbf{U}_{x \in GSVj(k)}$ $N^i(x)$ Nachfahren i-ten Grades der Geschwister der Vorfahren j-ten Grades von k** – rvg(k, x)= i+j.

Die **Abbildungen 4.5, 4.6** zeigen die Seiten-Nachfahren von k via Onkel/Tante bzw. via Großonkel/Großtante.

Abb.4.5: Seiten-Nachfahren von **k** via Onkel/Tante(k)

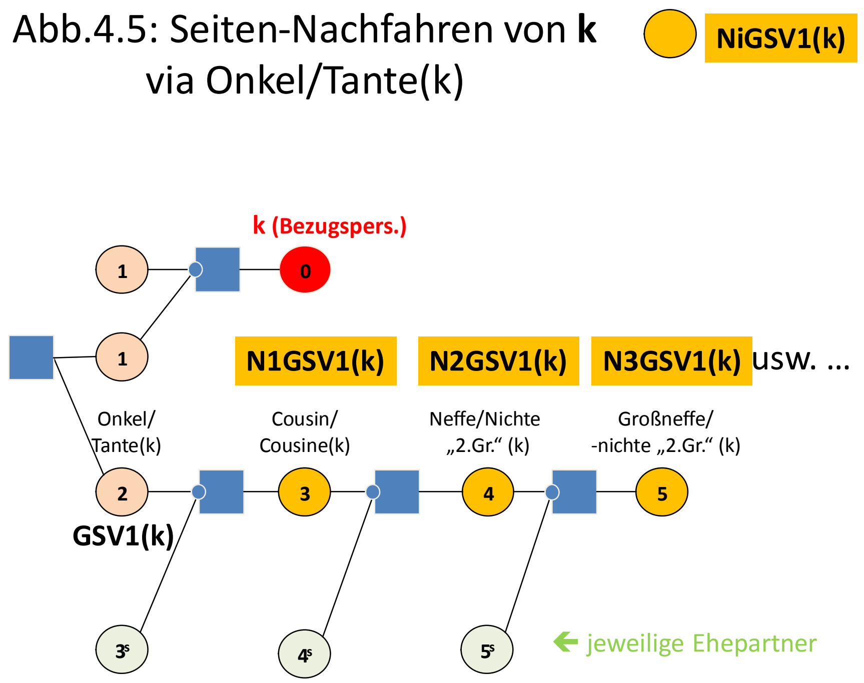
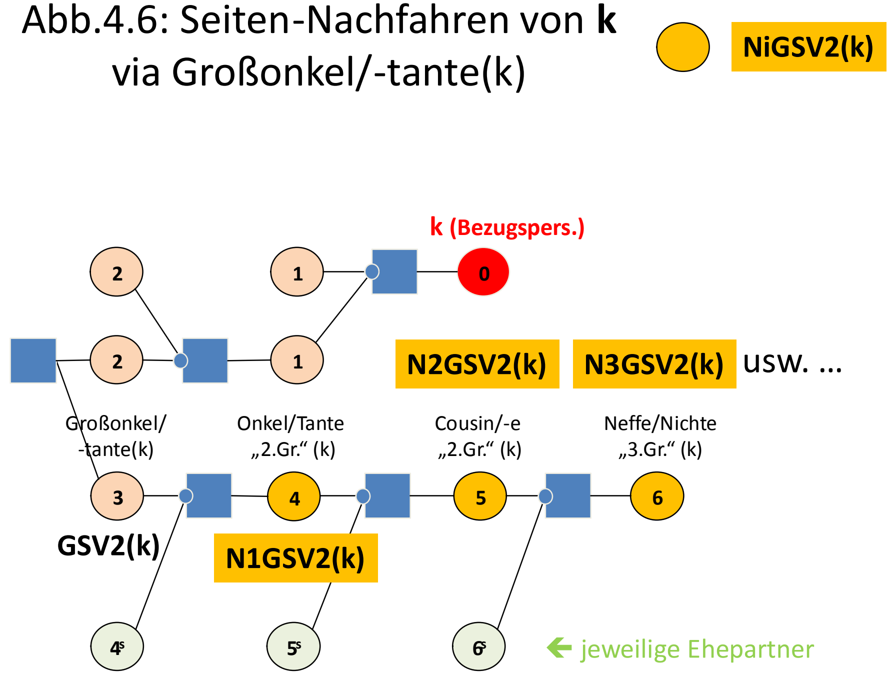


Abb.4.6: Seiten-Nachfahren von **k** via Großonkel/-tante(k)



4.2 Verschwägerungen eines Individuums

Umgangssprachlicher Merksatz: *Ehepartner sind die Basis von Verschwägerungen. Der Ehemann meiner Schwester ist mein „Schwager“. Aber auch der Bruder meiner*

*Ehefrau heißt mein „Schwager“ (!). Die Eltern meiner Ehefrau sind meine „Schwieger-eltern“. Den Bruder des Ehemanns meiner Schwester nennt man meinen „Schwipp-schwager“; man nennt die Eltern des Ehemanns meiner Schwester meine „Schwipp-schwiegereltern“. All die genannten verschwägerten Verwandten sind „**angeheiratet**“ aber **nicht** „blutsverwandt“ mit mir.*

Anmerkung: Der Gebrauch des Wortes „Schwager“ / des Wortteils „schwieger…“ ist nicht einheitlich. In Wikipedia [4] werden Schwägerschaften rein verbal (ohne Formeln), recht langatmig, mit unbeholfenen Diagrammen (und damit etwas undurchsichtig) beschrieben, besonders weil ***nicht immer klar die Bezugsperson k hervorgehoben wird.*** „Schwager“, zum Beispiel, bekommt dort zwei ***ganz verschiedene*** Bedeutungen:

(a) Schwager^{a} von k : ein Geschwister des Ehepartners von k.

(b) Schwager^{b} von k : der Ehepartner eines Geschwisters von k.

Dies und Ähnliches wollen wir in unserem Modell systematischer, vollständiger und kürzer formulieren. Dies bedingt, dass wir teilweise etwas „künstlich“ klingende (weil wenig gebräuchliche) Namen für Verwandtschaftsbezeichnungen einführen müssen. Wichtig ist wieder, dass die Bezeichnungen stets auf ein **Bezugsindividuum** bezogen sind.

Wir gehen aus von der Menge **EP(x)** der **Ehepartner** von x. EP(x) dient zur Definition der *Schwieger-Vor- und -Nachfahren“*, den sog. *„Seitenverschwägerungen“*, sowie den sog. *„Halbverwandtschaften“* und *„Stiefverhältnissen“* eines Bezugsindividuums.

(43) **Def.** der „**Schwieger-Vorfahren“** eines Individuums k:

Das sind die Vorfahren der Ehepartner von k.

$V1EP(k) := \mathbf{U}_{x \in EP(k)} V^1(x)$ „**Schwiegereltern**“ von k – Verschwägerungsgrad $rvg(k, x) = 2^s$.

$V2EP(k) := \mathbf{U}_{x \in EP(k)} V^2(x)$ „**Schwieger-Großeltern**“ von k – Verschwägerungsgrad $rvg(k, x) = 3^s$. Das sind die Großeltern der Ehepartner von k.

usw. – Allgemein für $i \in \{1, 2, 3, \dots\}$:

- V**i**EP(k) $:= \mathbf{U}_{x \in EP(k)} V^i(x)$ **Schwiegervorfahren $(i+1)^s$-ten Grades von k.** Das sind die Vorfahren **i-ten** Grades der Ehepartner von k – Verschwägerungsgrad $rvg(k, x) = (i+1)^s$.

(44) **Def.** der „**Schwieger-Nachfahren**“ eines Individuums k:

Das sind die Ehepartner der Nachfahren von k

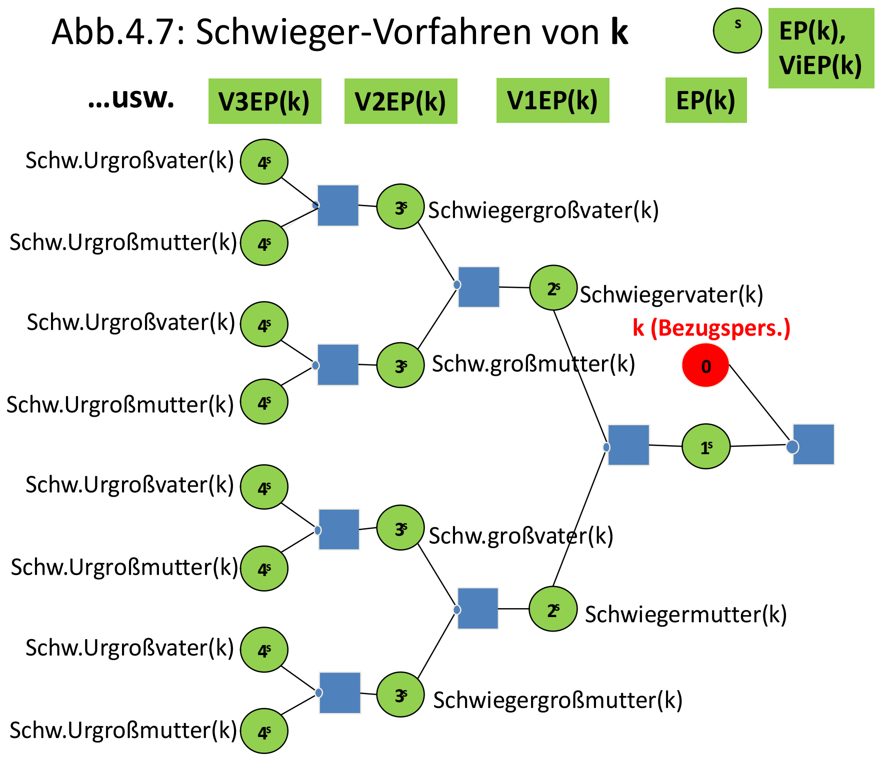
$EPN1(k) := \mathbf{U}_{x \in N1(k)} EP(x)$ „**Schwiegersöhne/-töchter**“ von k. Das sind die Ehepartner der Kinder von k – Verschwägerungsgrad $rvg(k, x) = 2^s$.

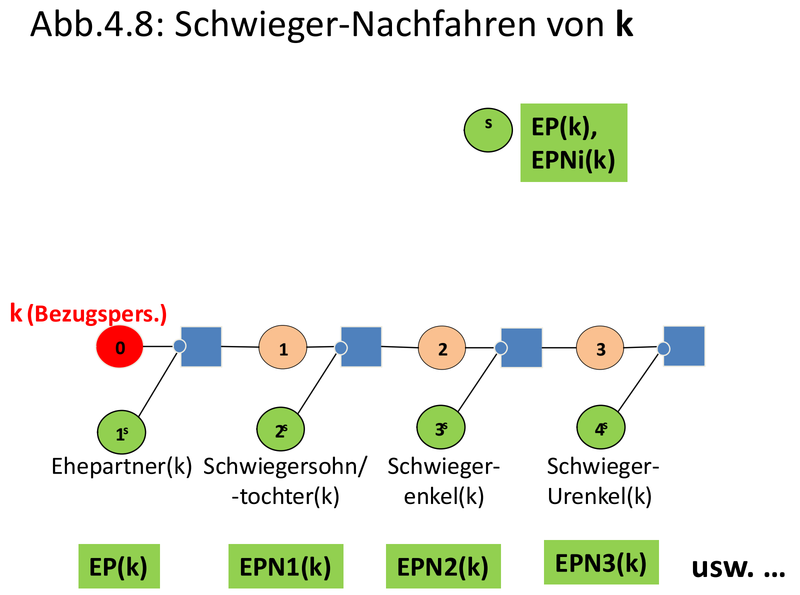
$EPN2(k) := \mathbf{U}_{x \in N2(k)} EP(x)$ „**Schwiegerenkel**“ von k – Verschwägerungsgrad $rvg(k, x) = 3^s$. Das sind die Ehepartner der Enkel von k.

usw. – Allgemein für $i \in \{1, 2, 3, \dots\}$:

- EPNi(k) := $\mathbf{U}_{x \in Ni(k)}$ EP(x) **Schwieger-Nachfahren“ $(i+1)^s$-ten Grades von k**
  – Verschwägerungsgrad rvg(k, x)= $(i+1)^s$.

Abb.4.7, 4.8 zeigen Schwieger-Vor- & -Nachfahren eines Bezugsindividuums.





Anmerkung: es ist jeweils nur ein Ehepartner und nur ein Nachkomme eingezeichnet. Es können mehrere sein.

Bei den „Seiten-Verschwägerungen“ müssen wir wegen der beiden oben angegebenen verschiedenen Bedeutungen „**Schwager**^{a} / „**Schwager**^{b} von k“ zwischen *zwei* „Seitenlinien“ unterscheiden.

(45a) **Def.** der **„Seiten-Verschwägerungen^a“** eines Individuums k: Das sind die *Geschwister* oder die Seiten-Vorfahren der Ehepartner von k.

GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$GS(x) „**Schwäger/Schwägerinnen**^{a}“ von k. Das sind die Geschwister der Ehepartner von k – rvg(k, x)= 2^s .

GSV1EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$GSV1(x) „**Schwiegeronkel/-tanten**^{a}“ von k – rvg(k, x)= 3^s. Das sind die Onkel/Tanten des Ehepartners von k

GSV2EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$GSV2(x) „**Schwiegergroßonkel/-tanten**^{a}“ v. k – rvg(k, x)= 4^s. Das sind Großonkel/-tanten der Ehepartner von k.

usw. – Allgemein für i $\in$ {1, 2, 3, …}:

- GSV**i**EP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$GSVi(x) **„Seiten-Schwieger-Vorfahren^a“** – rvg(k,x)= $(i+2)^s$.

N1GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x\in GSEP(k)}$$N^1$(x) „**Schwiegerneffen/-nichten**^{a}“ von k. Das sind die Kinder der Geschwister der Ehepartner von k – rvg(k,x)= 3^s.

N2GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x\in GSEP(k)}$$N^2$(x) „**Schwiegergroßneffen / -nichten**^{a}“ von k. Das sind die Enkel der Geschwister der Ehepartner von k – rvg(k,x)= 4^s.

usw. – Allgemein für i $\in$ {1, 2, 3, …}:

- N**i**GSEP(k) := $\mathbf{U}_{x \in GSEP(k)} N^i(x)$ „**Seiten-Schwieger-Nachfahren**[a]“ $(i+2)^s$-ten Grades von k. Das sind die Nachfahren i-ten Grades der Schwäger/Innen[a] von k – rvg(k, x)=$(i+2)^s$

Abb.4.9, 4.10 zeigen die Seiten-Schwieger-Vor- und Nachfahren[a] von k

Abb.4.9: Seiten-Schwieger-Vorfahren[a] von **k**

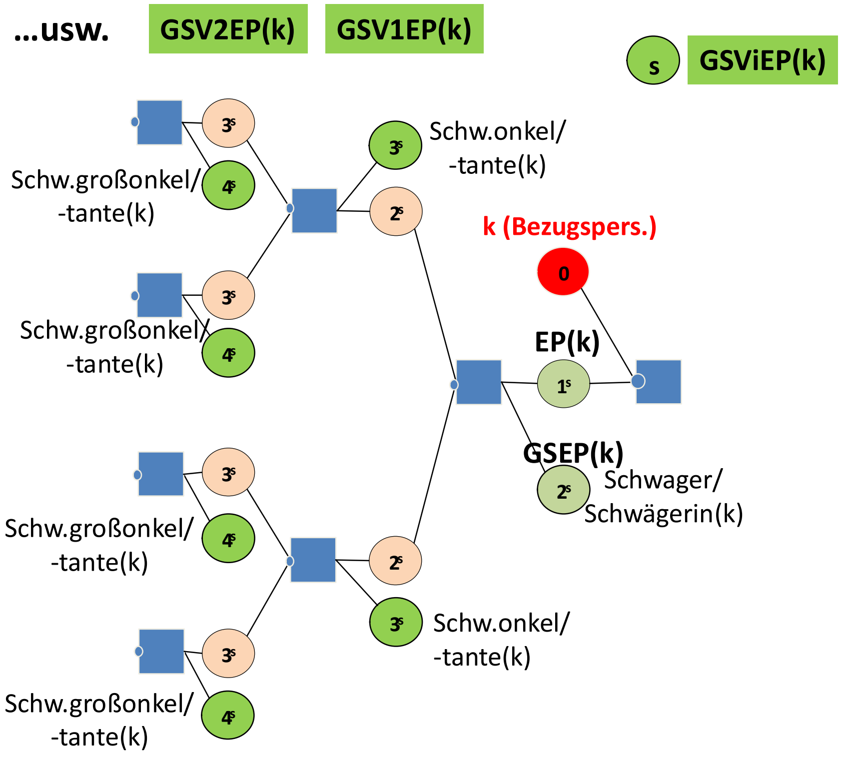
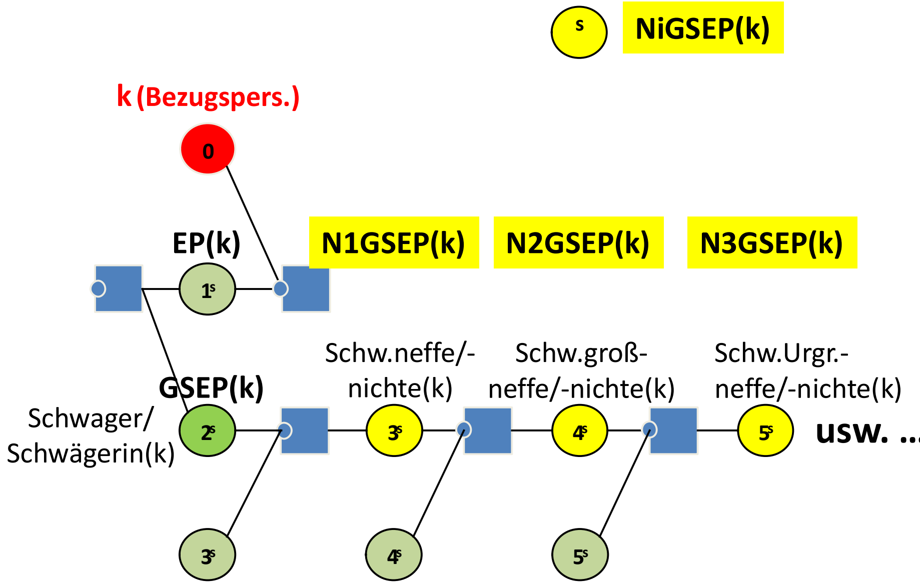


Abb.4.10: Seiten-Schwieger-Nachfahren[a] von **k**



Anmerkung: es ist jeweils nur ein Ehepartner und ein Nachkomme eingezeichnet. Es können mehrere sein.

(45b) **Def.** der **„Seiten-Verschwägerungen[b]“** eines Individuums k∈C: Das sind die Ehepartner der Geschwister von k und deren ***Vorfahren***. – Zu deren ***Nachfahren*** siehe aber die Anmerkung (*) bei Abb.4.11 !

EPGS(k) := $\mathbf{U}_{x \in GS(k)}$EP(x) „**Schwäger/Schwägerinnen**$^{\mathbf{b}}$“ von k. Das sind die Ehepartner der Geschwister von k – rvg(k,x)= 2^s.

V1EPGS(k) := $\mathbf{U}_{x \in GS(k)}$V1EP(x) „**Schwieger-Onkel/-Tanten**$^{\mathbf{b}}$“ von k – rvg(k,x)= 3^s. Das sind die Onkel/Tanten des Ehepartners von k.

V2EPGS(k) := $\mathbf{U}_{x \in GS(k)}$V2EP(x) „**Schwieger-Großonkel/-tanten**$^{\mathbf{b}}$“ von k – rvg(k,x)= 4^s. Das sind die Onkel/Tanten des Ehepartners von k.

usw. – Allgemein für i ∈ {1, 2, 3, …}:

- V**i**EPGS(k) := $\mathbf{U}_{x \in GS(k)}$ViEP(x) „**Seiten-Schwieger-Vorfahren**$^{\mathbf{b}}$“ $(i+2)^s$-ten Grades“ von k. Das sind die Vorfahren i-ten Grades der Schwäger/-innen$^{\mathbf{b}}$ von k – rvg(k,x)= $(i+2)^s$.

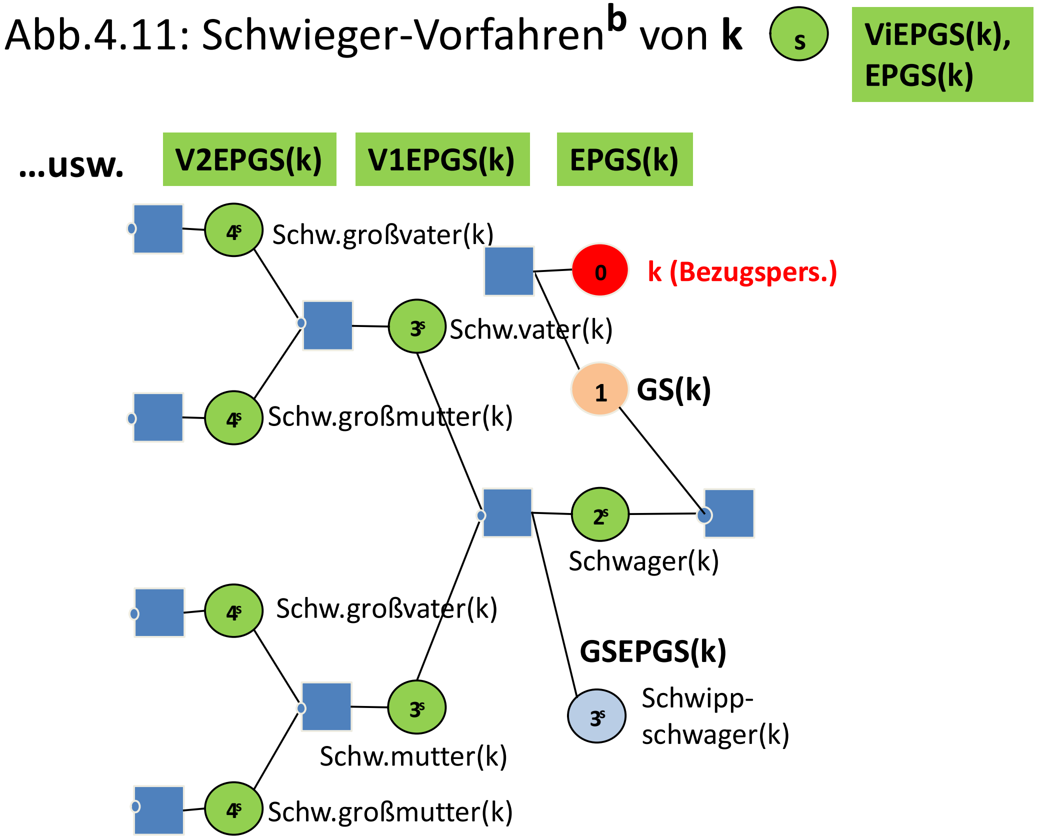
(46) **Def.** der „**Schwippschwäger/-innen**“ von k:

SSw(k) := GSEPGS(k) := $\mathbf{U}_{x \in EPGS(k)}$GS(x) – rvg(k,x)= 3^s. Das sind die Geschwister der Schwäger/Schwägerinnen$^{\mathbf{b}}$ von k.

usw. …

Abb.4.11 zeigt die Seiten-Schwieger-Vorfahren^b von k.

Abb.4.11: Schwieger-Vorfahren^{b} von **k**



U.V.A.M …….

Anmerkung (*): Wollte man auch **„Schwieger-*Nachkommen*^{b}"** definieren, so bietet sich schein-bar die Definition NiEPGS(k) := $\mathbf{U}_{x\in GS(k)}$NiEP(x) an. Dann gilt aber NiGS(k) $\subseteq$ NiEPGS(k), denn die Nachkommen eines Individuums x sind auch Nachkommen seiner Ehepartner. Die Verwand-tengruppen NiGS(k) haben wir aber schon in Def.(42) abgehandelt (vgl. Abb.4.4). Die „Rest-mengen" NiEPGS(k) \ NiGS(k), sofern sie nicht leer sind, beste-hen jedoch aus Individuen, die zu den x$\in$NiGS(k), und damit zu k selbst, ein *Stiefverhältnis* haben. ***Stiefverhältnisse*** behandeln wir aber erst in Kap.4.2.2.

Daher **entfällt** die Gruppe „Schwieger-*Nachkommen*^{b}".

Anmerkung: Man kann auf diese Weise zum Bezugsindividuum k noch beliebig viele weitere („fernere“) Schwägerschaften definieren. Dazu gibt es in der Umgangssprache keine gebräuchlichen Namen mehr.

4.3 Halbverwandtschaften und Stiefverhältnisse eines Individuums

Umgangssprachlicher Merksatz: *Der Sohn meines Vaters, den er mit einer anderen Frau als meiner Mutter gezeugt hat, ist mein „Halbbruder“. Jene andere Frau ist meine „Stiefmutter“. Zu ihren „Blutsverwandten“ (mit Ausnahme meines Halbbruders und dessen Nachkommen) habe ich ein „Stiefverhältnis“. Mein Halbbruder und dessen Nachfahren sind „Halbverwandte“ von mir.*

Dies und Ähnliches wollen wir in unserem Modell formalisieren. Wir gehen wieder aus von einem ***Bezugsindividuum* k** und nehmen an, dass wenigstens ein Elternteil von k eine Ehe mit noch wenigstens einem anderen Partner eingegangen ist: Es gebe also $x \notin \mu\eta(k)$ mit $(p, x) \in E$ oder $(x, q) \in E$.

Anmerkung: Die Bezeichnungen für Halbverwandtschaften und Stiefverhältnissen, besonders in den ‚höheren Graden‘, sind in der Literatur nicht einheitlich. Die hier notierten Bezeichnungen sind *systematisch* aber in den höheren Graden „*künstlich*“, da nicht überall im Gebrauch. Am besten, man orientiert sich auch hier hauptsächlich an den ***Formeln***.

(47) **Def.** der **Halbverwandtschaften** des Bezugsindividuums k.

Anmerkung: Bei der Def. der *Halbverwandtschaften* halte ich mich i.W. an die Definitionen in **Wikipedia [1].** Ich habe aber auch andere Definitionen gefunden, die etwas davon abweichen.

- **Def. HS(k)** := $\mathbf{U}_{x \in V^1(k)} N^1(x) \setminus [k]_\eta$ „**Halbgeschwister**" von k – rvg(k, x)= 2^h. Das sind die nicht zur Kinderklasse $[k]_\eta$ gehörigen Kinder eines Elternteils von k.

HSV1(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^1(k)}$ HS(x) „**Halbonkel/-tanten**" von k – rvg(k,x)= 3^h. Das sind die Halbgeschwister der Eltern von k.

HSV2(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^2(k)}$ HS(x) „**Halbgroßonkel/-tanten**" von k – rvg(k,x)= 4^h. Das sind die Halbgeschwister der Großeltern von k.

N1HSV1(k):= $\mathbf{U}_{x \in HSV1(k)}$N1(x) „**Halbcousins/-cousinen**" von k – rvg(k,x)= 4^h. Das sind die Kinder der Halbonkel/-tanten von k.

N1HS(k) := $\mathbf{U}_{x \in HS(k)} N^1(x)$ „**Halbneffen/-nichten**" von k – rvg(k, x)=3^h. Das sind die Kinder der Halbgeschwister von k.

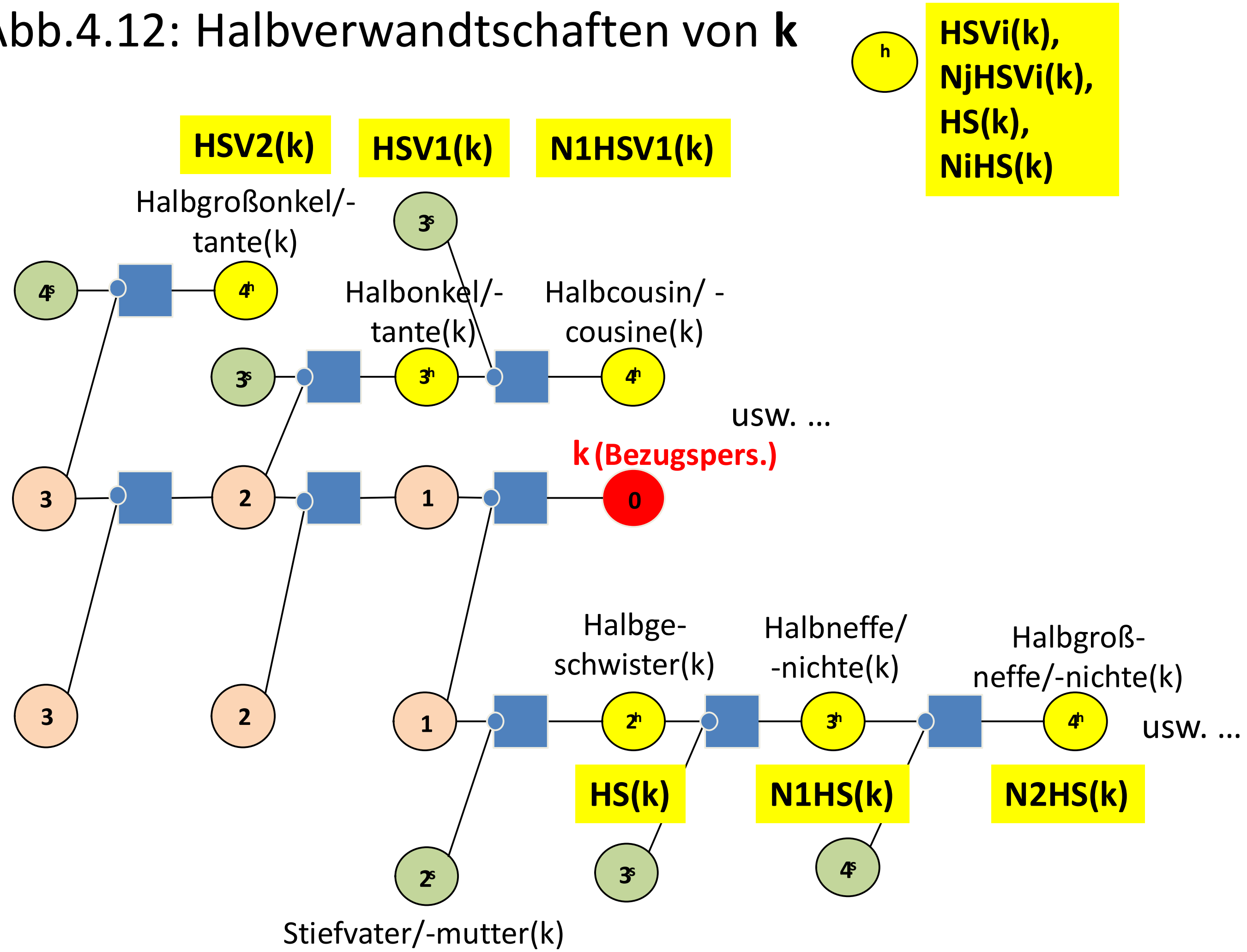
N2HS(k) := $\mathbf{U}_{x \in HS(k)} N^2(x)$ „**Halbgroßneffen/-nichten**" von k – Halbverw.Grad rvg(k,x)= 4^h. Das sind die Enkel der der Halbgeschwister von k.

usw. – Allgemein für i $\in$ {1, 2, 3, …}:

- HSVi(k) := $\mathbf{U}_{x\in V^{i}(k)}$ HS(x) **Halbgeschwister der dir. Vorfahren i-ten Grades** von k – Halbverwandtschaftsgrad rvg(k,x)= $(i+2)^{h}$.
- NiHS(k) := $\mathbf{U}_{x\in HS(k)}$ $N^{i}(x)$ **dir. Nachfahren i-ten Grades der Halbgeschwister** von k – Halbverwandtschaftsgrad – rvg(k,x)= $(i+2)^{h}$.

Abb.4.12 zeigt Halbverwandtschaften von k.

Abb.4.12: Halbverwandtschaften von **k**



(48) **Def.** der **Siefverhältnisse** zum Bezugsindividuum k.

Anmerkung: Bei der Def. der *Stiefverhältnisse* halte ich mich i.W. an die Definitionen in **Wikipedia [1].** Ich habe aber auch andere Definitionen gefunden, die etwas davon abweichen. Manchmal gehen die „Stief“-Bezeichnungen fließend über in Verschwägerungs-Bezeichnungen.

Def.: CoP(k) := $\mathbf{U}_{x\in EP(k)}$ **EP(x) \ {k}** „**Copartner**“ von k
– Siefverwandtschaftsgrad rvg(k, x)= 2^s. Das sind die von k verschiedenen Ehepartner eines Ehepartners von k. – Die Bezeichnung „Copartner“ stammt von mir, um Formulierungen abzukürzen. Für ein $x\in$CoP(k) ist entweder k, $x\in G^m$ oder k, $x\in G^f$.

CoPV1(k) := $\mathbf{U}_{x\in V^1(k)}$CoP(x) „**Stiefvater/-mutter**“ (Stiefeltern) von k
– Stiefverwandtschaftsgrad rvg(k, x)= 3^s zu k.
Das seien die Copartner eines Elternteils von k.

Anmerkung: Ist $x\in$CoPV1(k) und $y\in$EP(x) \ V^1(k), so zähle ich auch y zu den „Stiefeltern“ von k; in diesem Fall ist rvg(k, y) = 2^s und nicht 3^s – vgl. auch unten in **Abb.4.13**.

CoPV2(k) := $\mathbf{U}_{x\in V^2(k)}$CoP(x) „**Stiefgroßvater/-mutter**“ (Stiefgroßeltern) von k
– Stiefverw.grad rvg(k, x)= 3^s.
Das seien die Copartner eines Großelternteils von k.

usw. – Allgemein für $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$:

- CoPVi(k) := $\mathbf{U}_{x \in V^i(k)} CoP(x)$ „**Stief-Vorfahren**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= $(i+1)^s$. Das sind die Copartner der dir. Vorfahren i-ten Grades von k.

Def. StK(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoP(k)} N^1(x) \setminus N^1(k)$ „**Stiefkinder**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)=3^s. Das sind die Kinder des Copartners von k, die keine Kinder von k sind.

CoPN1(k) := $\mathbf{U}_{x \in N^1(x)} CoP(x)$ „**Stief-Schwiegerkind**“ von k. – Stiefverw.grad rvg(k, x) = 3^s. Das sind die Copartner der Kinder von k.

N1CoPN1(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPN1(k)} N^1(x)$ „**Stiefenkel**” von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)=3^s. Das sind die Kinder des Copartners der Kinder von k.

CoPN2(k) := $\mathbf{U}_{x \in N^2(x)} CoP(x)$ „**Stief-Schwiegerenkel**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)=3^s. Das sind die Copartner der Kinder von k.

N1CoPN2(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPN2(k)} N^1(x)$ „**Stiefurenkel**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x) =4^s. Das sind die Kinder der Copartner der Enkel von k.

usw. – Allgemein für $i \in \{1, 2, 3, \ldots\}$:

- N1CoPN**i**(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPN\mathbf{i}(k)}$ $N^1(x)$ „**Stiefur…urenkel**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= $(i+2)^s$. Das sind die Kinder der Copartner der Nachfahren i-ten Grades von k.

(49) **Def.** der „**Seiten-Stiefverhältnisse**“ des Bezugsindividuums k:

Anmerkung: „Seiten-Stiefverhältnisse“ zu k sind in Wikipedia [1] nicht erwähnt. Ich definiere sie dadurch, dass ich von **StS(x)** statt von GS(x) ausgehe.

- **Def. StS(k)** := $\mathbf{U}_{x \in CoPV1(k)} N^1(x) \setminus HS(k)$ „**Stiefgeschwister**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= 3^s. Das sind die Kinder der „Stiefeltern“ von k, die *nicht* Halbgeschwister von k sind.

  EPSTS(k) := $\mathbf{U}_{x \in StS(k)}$EP(x) „**Stiefschwäger/-innen“** von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= 4^s. Das sind die Ehepartner der Stiefgeschwister von k.

  GSCoPV1(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPV1(k)}$GS(x) „**Stiefonkel/-tanten**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= 4^s. Das sind die Geschwister der „Stiefeltern“ von k.

  GSCoPV2(k):= $\mathbf{U}_{x \in CoPV2(k)}$GS(x) „**Stiefgroßonkel/-tanten**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= 5^s. Das sind die Geschwister der Copartner der Großeltern von k.

usw. – Allgemein für i $\in$ {1, 2, 3, …}:

- GSViCoPV1(k) := $\mathbf{U}_{x \in CoPV1(k)}$GSVi(x) „**Seiten-Stief-Vorfahren**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= $(i+4)^s$. Das sind die Geschwister der Vorfahren i-ten Grades der Stiefeltern von k.

N1StS(k) := $\mathbf{U}_{x \in StS(k)}N^1(x)$ „**Stiefneffen/-nichten**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= 4^s. Das sind die Kinder der Stiefgeschwister von k.

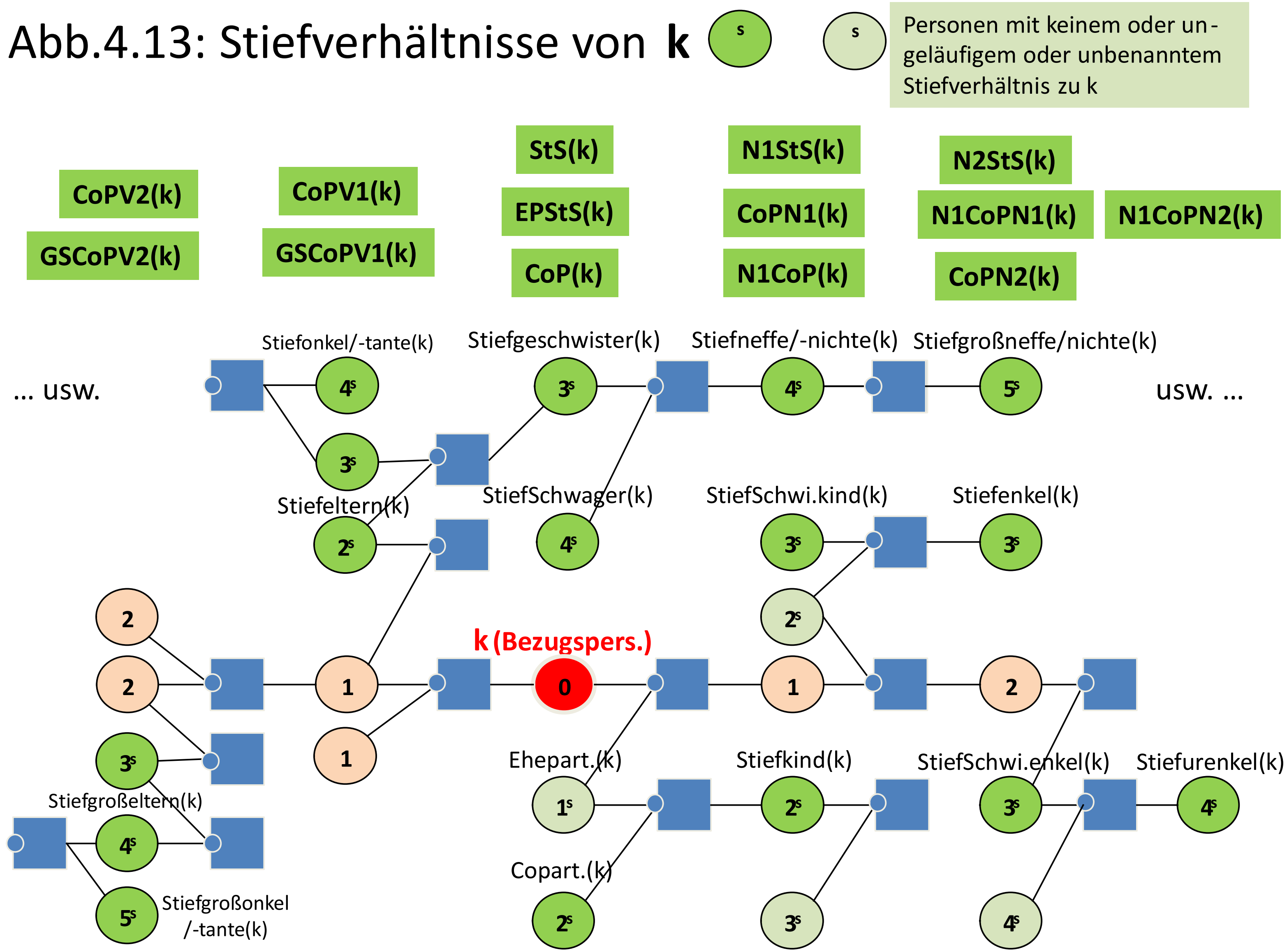
N2StS(k) := $\mathbf{U}_{x \in StS(k)}N^2(x)$ „**Stiefgroßneffen/-nichten**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)= 5^s. Das sind die Enkel der Stiefgeschwister von k.

usw. – Allgemein für i $\in$ {1, 2, 3, …}:

- N**i**StS(k) := $\mathbf{U}_{x \in StS(k)}N^i(x)$ „**Seiten-Stief-Nachfahren**“ von k – Stiefverw.grad rvg(k, x)=$(i+3)^s$. Das sind die Nachfahren i-ten Grades der Stiefgeschwister von k.

Abb.4.13 zeigt Stiefverhältnisse von k.

Abb.4.13: Stiefverhältnisse von k



U.V.A.M…….

Anmerkung: Man kann auf diese Weise zum Bezugsindividuum k noch beliebig viele weitere („fernere“) Stiefverhältnisse definieren. Dazu gibt es in der Umgangssprache keine gebräuchlichen Namen mehr.

5 Übersichtstabelle für Suchpfade – und deren Bezeichnungen

Tab.1: Suchpfade k…….x, der **rvg_C(k, x)**, und der **rga_C(k, x)** ausgehend von einem Bezugsindividuumknoten **k∈C** und endend bei einem Zielknoten **x∈C,** wobei **C** als ***einfacher Clan von*** **G** vorausgesetzt sei.

Such-Pfad k……….x Ausganspunk k …Ziel x	**Verwandtschaftstypname von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg_C(k, x)**	„Grad“ in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga_C(k, x)**
k……k (ein ***Nullpfad***)	Bezugsindividuum k selbst	–	**0**	0°	**0**
k-e-x	„Eltern“ von k	$V^1(k)$	**1**	1°	**-1**
k-e-p-e-x	„Großeltern“ von k	$V^2(k)$	**2**	2°	**-2**
k-e-p-e-p-e-x	„Urgroßeltern“ von k	$V^3(k)$	**3**	3°	**-3**
Usw. …					
k+e+x	„Kind“ von k	$N^1(k)$	**1**	1°	**1**
k+e+p+e+x	**„Enkel“ von k**	**$N^2(k)$**	**2**	2°	**2**
k+e+p+e+p+e+x	„Urenkel“ von k	$N^3(k)$	**3**	3°	**3**

Such-Pfad **k..........x** **Ausganspunk k …Ziel x**	**Verwandtschaftstypname** **von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg$_C$(k, x)**	„Grad“ in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga$_C$(k, x)**
Usw. …					
k-e+x	„Geschwister“ von k	GS(k)	**1**	2°	**0**
k-e+p+e+x	„Neffe/Nichte“ von k	N1GS(k)	**2**	3°	**1**
k-e+p+e+p+e+x	„Großneffe/-nichte“ von k	N2GS(k)	**3**	4°	**2**
Usw. …					
k-e-p-e+x	„Onkel/Tante“ von k	GSV1(k)	**2**	3°	**-1**
k-e-p-e-p-e+x	„Großonkel/-tante“ von k	GSV2(k)	**3**	3°	**-2**
Usw.					
k-e-p-e+p+e+x	„Cousin/Cousine“ von k	N1GSV1(k)	**3**	4°	**0**
k-e-p-e+p+e +p+e+x	„Neffe/Nichte 2. Grades“ von k	N2GSV1(k)	**4**	5°	**1**
k-e-p-e+p+e +p+e+p+e+x	„Großneffe/ -nichte 2.Grades“ von k	N3GSV1(k)	**5**	6°	**2**
Usw. …					
k-e-p-e-p-e+p +e+x	„Onkel/Tante 2. Grades“ von k	N1GSV2(k)	**4**	5°	**-1**
k-e-p-e-p-e+p +e+p+e+x	„Cousin/Cousine 2. Grades” von k	N2GSV2(k)	**5**	6°	**0**
k-e-p-e-p-e+p +e+p+e+p+e+x	„Neffe/ Nichte 3. Grades“ von k	N3GSV2(k)	**6**	7°	**1**
k-e-p-e-p-e+p +e+p+e+p+e+p+e+x	„Großneffe/-nichte 3. Grades“ von k	N4GSV2(k)	**7**	8°	**2**
Usw. …					
k+e-x	Ehepartner von k	EP(k)	**1^s**	-	**0**
k+e-p-e-x	„Schwiegereltern“ von k	V1EP(k)	**2^s**	-	**-1**

C. Lübbert

Übersichtstabelle für Suchpfade – und deren Bezeichnungen Verwandtschaftsnetze

Such-Pfad **k..........x** **Ausganspunk k …Ziel x**	**Verwandtschaftstypname** **von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**$\mathrm{rvg}_C(k, x)$**	„Grad“ in **Abb.2** (Wikipedia)	**$\mathrm{rga}_C(k, x)$**
k+e-p-e-p-e-x	„Schwiegergroßeltern“ von k	V2EP(k)	**3^s**	-	**-2**
Usw. …					
k+e+p+e-x	„Schwiegersohn/ -tochter“ von k	EPN1(k)	**2^s**	-	**1**
k+e+p+e+p+e-x	„Schwiegerenkel“ von k	EPN2(k)	**3^s**	-	**2**
Usw. …					
k+e-p-e+x	„Schwager /Schwägerin“ [a] von k	GSEP(k)	**2^s**	-	**0**
k+e-p-e-p-e+x	„Schwiegeronkel /-tante“ [a] von k	GSV1EP(k)	**3^s**	-	**-1**
k+e-p-e-p-e-p-e+x	„Schwiegergroßonkel/-tante“ [a] von k	GSV2EP(k)	**4^s**	-	**-2**
Usw. …				-	
k+e-p-e+p+e+x	„Schwiegerneffe/-nichte“ [a] von k	N1GSEP(k)	**3^s**	-	**1**
k+e-p-e+p+e+p +e+x	„Schwiegergroß-neffe/-nichte“[a] von k	N2GSEP(k)	**4^s**	-	**2**
k-e+p+e-x	„Schwager/Schwägerin“ [b] von k	EPGS(k)	**2^s**	-	**0**
k-e+p-e-p-e+x	Schwippschwager/-schwägerin von k	SSw(k)	**3^s**	-	**0**
k-e+p+e-p-e-x	„Schwiegeronkel/-tante“ [b] von k	V1EPGS(k)	**3^s**	-	**-1**
k-e+p+e-p-e-p-e-x	„Schwiegergroßonkel/-tante“[b] von k	V2EPGS(k)	**4^s**	-	**-2**
Usw. …					
k-e+p+e-p+e+x	„Schwiegerneffe/-nichte“[b] von k	N1EPGS(k)	**3^s**	-	**1**
k-e+p+ep+e+p +e+x	„Schwiegergroßneffe/-nichte“[b] von k	N2EPGS(k)	**4^s**	-	**2**
Usw. …	Check am 7.9.14				
k-e-p+e+x	„Halbgeschwister“ von k	HS(k)	**2^h**	-	**0**

Such-Pfad **k……….x** **Ausganspunk k …Ziel x**	**Verwandtschaftstypname** **von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg$_C$(k, x)**	„Grad“ in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga$_C$(k, x)**
k-e-p-e-p+e+x	„Halbonkel/-tante“ von k	HSV1(k)	**3^h**	-	**-1**
k-e-p-e-p+e+p+e+x	„Halbcousin /–cousine“ von k	N1HSV1(k)	**4^h**	-	**0**
k-e-p-e-p-e-p+e+x	„Halbgroßonkel/-tante	HSV2(k)	**4^h**	-	**-2**
k-e-p+e+p+e+x	„Halbneffe/-nichte“ von k	N1HS(k)	**3^h**	-	**1**
k-e-p+e+p+e+p +e+x	„Halbgroßneffe/-nichte“ von k	N2HS(k)	**4^h**	-	**2**
Usw. …	Check 7.9.14				Ok bis Ende
k+e-p+e-x	„Copartner“ von k	CoP(k)	**2^s**	-	**0**
k-e-p+e-x oder k-e-p+e-p+e-x	„Stiefvater/-mutter“ von k	CoPV1(k) oder ---	**2^s** oder **3^s**	-	**-1**
k-e-p-e-p+e-x oder k-e-p-e-p+e-p+e-x	„Stiefgroßvater/-mutter“ von k	CoPV2(k)	**3^s** oder **4^s**	-	**-2**
Usw. …					
k+e-p+e+x	„Stiefkind“ von k	N1CoP(k)	**2^s**	-	**1**
k+e+p+e-p+e+x	„Stiefenkel“ von k	N1CoPN1(k)	**3^s**	-	**2**
Usw. …					
k-e-p+e-p+e-p-e+x	„Stiefonkel/-tante“ von k	GSCoPV1(k)	**4^s**	-	**-1**
k-e-p-e-p+e-p+e-p-e+x	„Stiefgroßonkel/-tante“ von k	GSCoPV2(k)	**5^s**	-	**-2**
Usw. …					
k-e-p+e-p+e+x	„Stiefgeschwister“ von k	StS(k)	**3^s**	-	**0**

Such-Pfad k..........x Ausganspunk k …Ziel x	**Verwandtschaftstypname von x** bzgl. k	**Verwandten-gruppe,** der x angehört	**rvg$_C$(k, x)**	„Grad" in **Abb.2** (Wikipedia)	**rga$_C$(k, x)**
k-e-p+e-p+e+p+e-x	StiefSchwager von k	EPStS(k)	**4^s**	-	**0**
k-e-p+e-p+e+p+e+x	„Stiefneffe/-nichte" von k	N1StS(k)	**4^s**	-	**1**
k-e-p+e-p+e+p+e+p+e+x	„Stiefgroßneffe/-nichte" von k	N2StS(k)	**5^s**	-	**2**
Usw. … Usw. …					

Anmerkung: Da ich kein Programm mehr zur Verfügung habe, könnte es sein, dass sich in den Suchpfaden (Spalte 1 der Tab.1) ein paar wenige Tippfehler eingeschlichen haben, evtl. bei den Stiefverhältnissen. ➔ Das Nachchecken wäre eine gute Übung!

6 Schlussbemerkung

Ziel dieser Note war es, ein „in sich geschlossenes" ***mathematisches Modell*** für „Verwandtschaftsnetze" aufzustellen, das keine weiteren Anleihen aus der „Realität" macht, außer dass es die ***Worte*** der üblichen Verwandtschaftsbezeichnungen als Termini seiner „Objektsprache" verwendet, die aber zunächst ausschließlich **im Sinne des Modells** zu lesen sind. Damit habe ich mich um eine ***strikte Trennung*** zwischen dem mathematischen Modell und seinen möglichen Interpretationen (Anwendungen) in der sogenannten „Realität" bemüht.

6.1 Modelltests

Interpretationen – und damit ***Modelltests*** – sind wichtig, um zu beurteilen, ob ein mathematisches Modell überhaupt *„gut auf einen Realitätsausschnitt **passt** oder auch nicht*“. Man darf solche Interpretationen aber ***nicht ins Modell selbst*** einbauen, ohne dafür im Modell entsprechende **Termini** oder **Relationen** zu *definieren*; sonst dreht man sich sozusagen „unfruchtbar im Kreis“. Ein mathematisches Modell weist natürlich durch seine (aus der Umgangs- oder Fachsprache eines „Wissensgebietes“ entliehenen) verbalen Termini darauf hin, wo man es in der sogenannten „Realität“ eventuell anwenden könnte. Wenn man aber das mathematische Modell mit empirischen Tatsachen aus dem Wissensgebiet jenes Realitätsausschnittes, den man modellieren möchte, ***vermengt***, ***hat man keine Chance mehr***, festzustellen, wo mit dem Modell eigentlich „***Erkenntnis***“ erlangt worden ist und wo nicht. Jene *Vermengung von Modell und „Wissensgebiet aus der Realität“* treffen wir in der Fachliteratur oft an. ***Ist sie nicht bewusst gemacht, so kann m.E. mit dem Modell überhaupt keine „Erkenntnis“ stattfinden!***

6.2 Integration des Zeitfaktors?

Schließlich ist im jetzigen Modell $\mathbf{V = (G^m, G^f, \eta)}$ der ***Zeitbezug*** noch nicht vollbefriedigend eingebracht, weil „Zeit“ kein mathematischer Grundbegriff sondern ein „realer“ Begriff ist. Statt eines Zeitbezugs enthält unser Modell nur die

Verwandtschaftsordnung „<“ auf **G** bzw. die **Generationenodnung „$\leq_C$“** auf **C**/$\sim_C$, wobei **C**$\subset$G ein ausgewählter ***einfacher Clan*** *(von vielen in **G**)*, also nur ein Teilgebiet von **G** ist.

Die Ordnungsrelationen „<“ bzw. „$<_C$“ etablieren zwar noch ***keine*** Zeitordnung im „realen“ Sinn, aber sie geben doch einen Hinweis darauf, wie man den Zeitfaktor in das Modell einbringen könnte. Die ***Sprechwiesen***

*– „Vater/Mutter sind **älter** als deren Kinder“. „Meine Geschwister / Ehepartner / Schwäger / Cousins & Cousinen / Halb- & Stief-Geschwister,… sind **etwa gleichaltrig** mit mir“. „Meine Kinder, Enkel,… sind **jünger** als ich“ –*

könnten hilfreich sein. Diese *sprachliche* Modellerweiterung habe ich hier nicht gemacht, sondern behalte sie einer eventuell nachfolgenden Version vor. Mathematisch gesehen empfinde ich in unserem Modell **V** allerdings, dass die **Verwandtschaftsordnung „<“** und die **Generationenordnung „$<_C$“** das reale Phänomen der ***Zeit*** schon hinreichend gut modellieren. Wenn man damit nicht zufrieden ist, muss man sich halt an die **Zeitstatistiken** halten, wie sie z.B. im Wikipedia-Artikel [7] gehandhabt werden.

7 Literatur

Ich zitiere hauptsächlich die zusammenfassenden Artikel aus **Wikipedia**, weil die Liste der mir sonst noch bekannten Literaturangaben, die alle vom selben traditionellen (hauptsächlich „patriarchal“ angewendeten) Schema ausgehen, viel zu lang wäre, aber nichts Neues brächte.

[1] Wikipedia: „Verwandtschaftsbeziehung“, last modified: 29. 07 2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtschaftsbeziehung

[1*] Ulf Neundorfer: „Verwandtschaftsbeziehungen“, Anfang 2000
http://www.ulf-neundorfer.de/v-bez.html

[2] Wikipedia: „Verwandtschaftssystem“, last modified: 11.07.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtschaftssystem

[3] Wikipedia: „Verwandtschaftsterminologie“, last modified: 21.10.2013
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtschaftsterminologie

[4] Wikipedia: „Schwägerschaft”, last modified 21.07.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Schw%C3%A4gerschaft

[5] Wikipedia: „Schwippschwager”, last modified 15.3.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Schwippschwager

[6] Wikipedia: „Stieffamilie“, last modified 11.05.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Stieffamilie

[7] Wikipedia: „Generation“, last modified: 8.6.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Generationen

[8] Wikipedia: „Generationensbezeichnungen“, last modified: 27.6.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Generationsbezeichnungen

[9] Wikipedia: „Verwandtenheirat“, last modified: 3.7.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Verwandtenheirat

[10] Wikipedia: „Eheverbot“, last modified: 29.11.2013
http://de.wikipedia.org/wiki/Eheverbot

[11] Wikipedia: „Inzest“, last modified: 23.8.2013
http://de.wikipedia.org/wiki/Inzesttabu

[12] Wikipedia: “Ahnenverlust”, last modified: 16.7.2014
http://de.wikipedia.org/wiki/Ahnenverlust

...

[15] B. Ganter / R. Wille: „Formale Begriffsanalyse (FBA), – Mathematische Grundlagen“. Springer Verlag, 1996

[16] C. Lübbert: „Verfeinerung der Ontology-Sprache durch die FBA-Sprache“, V4f, Darmstadt, Juni 2014

[17] C. Lübbert: „Vermittlung zwischen ‚Onto-Sicht‘ und ;FBA-Sicht‘ im Konzept ‚Ontology‘ “, V1, Darmstadt, Juli 2014